



UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID

ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR

TRABAJO FIN DE GRADO

**ESTUDIO EXPERIMENTAL DEL
COMPORTAMIENTO DINÁMICO DE
UN EJE GIRATORIO FISURADO.
MAPAS DE POINCARÉ**

Grado en Ingeniería en Tecnologías Industriales

Departamento de Ingeniería Mecánica

Autor: Javier Fernández Fernández

Tutora: Laura Montero García

Leganés, junio de 2018

RESUMEN

Los ejes son elementos presentes en la mayoría de sistemas mecánicos y su funcionamiento afecta al resto de componentes. Cuando se produce en ellos una fisura aparecen comportamientos indeseados como vibraciones y ruido, que unido a las condiciones de fatiga, pueden llevar a la rotura del eje y al fallo de la máquina en la que trabaja. Por tanto, resulta de interés conocer la propagación de la fisura para poder hacer un mantenimiento preventivo. Además, conviene identificar la velocidades críticas y sus submúltiplos para evitar el fenómeno de resonancia.

Así pues, con el presente trabajo se pretende continuar con estudios anteriores en este campo. En este caso, se abordará usando los Mapas de Poincaré, una representación gráfica que permite conocer la estabilidad de un sistema dinámico.

Concretamente, se han comparado los Mapas de Poincaré para distintas profundidades de fisura y para cada una de ellas en los tres primeros submúltiplos de la velocidad crítica. A continuación, se han analizado para una velocidad constante. Con todo ello se pretende saber si los Mapas de Poincaré permiten identificar la propagación de la fisura. Por último, se han estudiado estas gráficas en las transiciones por los submúltiplos de las frecuencias críticas con el fin de analizar si los Mapas son una posible alternativa para el cálculo de dichas velocidades.

Palabras claves: Mapas de Poincaré, fisura, velocidad crítica, resonancia.

ABSTRACT

The shafts are elements which are usually used in most mechanical systems and their behavior influences on the other components. When a crack appear, it produces unwanted behaviors such us vibrations and noise, that added to the fatigue conditions, can produce the break of the shaft and the failure of the entire machine where it works. Therefore, it is important to recognize the propagation of the crack in order to do a preventive maintenance. Also, it is important to identify the critical speed and its submultiples to avoid the resonance.

Furthermore, the target of this project is to continue with previous works in this field. In this case, will be used the Poincaré Maps, a graphical representation that allows the knowledge of the stability of a dynamic system.

Specifically, Poincaré Maps had been analyzed for different deeps of crack and for each one for the first three submultiples of the critical speed. Secondly, they have been studied for a constant speed in order to determine if the Poincaré Maps are useful to recognize the propagation of the crack. Finally, these Maps have been analyzed in the transitions through the submultiples of the critical speeds to know if the Maps are a possible alternative to calculate these speeds.

Key words: Poincaré Maps, crack, critical speed, resonance.

ÍNDICE

| | |
|---|----|
| ÍNDICE DE FIGURAS | 5 |
| ÍNDICE DE TABLAS | 5 |
| CAPÍTULO 1 | 6 |
| 1. INTRODUCCIÓN | 6 |
| 1.1. Motivación | 6 |
| 1.2. Objetivos | 6 |
| 1.3. Estructura del documento..... | 7 |
| CAPÍTULO 2..... | 8 |
| 2. ANTECEDENTES..... | 8 |
| 2.1. Rotodinámica | 8 |
| 2.2. Jeffcott Rotor..... | 9 |
| 2.3. Mapas de Poincaré | 10 |
| 2.4. Ejes fisurados | 13 |
| 2.4.1. Parámetros de fisura..... | 13 |
| 2.4.2. Mapas Poincaré en ejes fisurados..... | 14 |
| 2.5. Marco regulador | 16 |
| 2.6. Entorno socioeconómico | 16 |
| CAPÍTULO 3 | 17 |
| 3. ESTUDIO EXPERIMENTAL | 17 |
| 3.1. Descripción del dispositivo experimental | 17 |
| 3.2. Descripción del ensayo..... | 19 |
| CAPÍTULO 4 | 22 |
| 4. RESULTADOS..... | 22 |
| 4.1. Procesado de datos | 22 |
| 4.2. Influencia de la profundidad de fisura..... | 24 |
| 4.3. Comparación para una misma frecuencia | 29 |
| 4.3.1. Velocidad de giro: 360 rpm..... | 30 |
| 4.3.2. Velocidad de giro: 475 rpm..... | 31 |
| 4.3.3. Velocidad de giro: 710 rpm..... | 33 |
| 4.4. Transiciones por los múltiplos de frecuencias críticas | 34 |
| 4.4.1. Tamaño de fisura: $\alpha = 0$ | 35 |

| | | |
|--|--|----|
| 4.4.2. | Tamaño de fisura: $\alpha = 0.20$ | 38 |
| 4.4.3. | Tamaño de fisura: $\alpha = 0.40$ | 41 |
| 4.4.4. | Comparación con las $1/n W_c$ calculadas con FFT | 44 |
| CAPÍTULO 5 | | 45 |
| 5. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS | | 45 |
| 5.1. | Conclusiones | 45 |
| 5.2. | Trabajos futuros y mejoras propuestas | 46 |
| CAPÍTULO 6 | | 47 |
| 6. PLANIFICACIÓN Y PRESUPUESTO | | 47 |
| 6.1. | Planificación..... | 47 |
| 6.2. | Presupuesto | 48 |
| 7. BIBLIOGRAFÍA..... | | 49 |

ÍNDICE DE FIGURAS

| | |
|---|----|
| Figura 2.1: Rotor de Jeffcott [4] | 10 |
| Figura 2.2: Sección de Poincaré [6] | 11 |
| Figura 2.3: Lotka-Volterra (a) y su Mapa de Poincaré (b) [6] | 12 |
| Figura 2.4: Van der Pol (a) y su Mapa de Poincaré (b) [6] | 12 |
| Figura 2.5 Profundidad de fisura | 13 |
| Figura 2.6 Orientación de la masa excéntrica | 13 |
| Figura 2.7: Ejemplo de Mapas de Poincaré en eje fisurado [7] | 15 |
| Figura 3.1: Configuración experimental [4] | 18 |
| Figura 3.2 Ejemplos de órbitas para $1/2 W_c$. [4], (a) [12], (b) [13], (c) [14] | 20 |
| Figura 3.3 Ejemplos de órbitas para $1/3 W_c$. [4], (a) [12], (b) [13], (c) [14] | 20 |
| Figura 3.4 Ejemplos de órbitas para $1/4 W_c$. [4], (a) [12], (b) [13], (c) [14] | 20 |
| Figura 3.5 Órbitas y FFT para $1/2 W_c$ [4] | 21 |
| Figura 4.1: Eliminación de ruido | 23 |
| Figura 4.2 Efecto <i>Breathing</i> [4] | 25 |
| Figura 4.3: Comparaciones entre α 's y submúltiplos de W_c . Primera parte. | 26 |
| Figura 4.4: Comparaciones entre α 's y submúltiplos de W_c . Segunda parte. | 27 |
| Figura 4.5: Diagramas de Poincaré. $W=360$ rpm | 30 |
| Figura 4.6: Diagramas de Poincaré. $W=475$ rpm | 31 |
| Figura 4.7: Diagramas de Poincaré. $W=710$ rpm | 33 |
| Figura 4.8 $\alpha = 0$, Velocidad de giro: $1/2 W_c = 728$ rpm | 35 |
| Figura 4.9 $\alpha = 0$, Velocidad de giro: $1/3 W_c = 485$ rpm | 36 |
| Figura 4.10 $\alpha = 0$, Velocidad de giro: $1/4 W_c = 360$ rpm | 37 |
| Figura 4.11 $\alpha = 0.20$, Velocidad de giro: $1/2 W_c = 710$ rpm | 38 |
| Figura 4.12 $\alpha = 0.20$, Velocidad de giro: $1/3 W_c = 472$ rpm | 39 |
| Figura 4.13 $\alpha = 0.20$, Velocidad de giro: $1/4 W_c = 353$ rpm | 40 |
| Figura 4.14 $\alpha = 0.40$, Velocidad de giro: $1/2 W_c = 694$ rpm | 41 |
| Figura 4.15 $\alpha = 0.40$, Velocidad de giro: $1/3 W_c = 466$ rpm | 42 |
| Figura 4.16 $\alpha = 0.40$, Velocidad de giro: $1/4 W_c = 344$ rpm | 43 |

ÍNDICE DE TABLAS

| | |
|--|----|
| Tabla 3.1: CARACTERÍSTICAS DEL EJE | 17 |
| Tabla 3.2: CARACTERÍSTICAS DEL DISCO | 18 |
| Tabla 3.3: PARÁMETROS DEL ENSAYO | 19 |
| Tabla 4.1: OUTPUTS E INPUTS DEL CÓDIGO | 22 |
| Tabla 4.2: VELOCIDADES CRÍTICAS Y SUBCRÍTICAS [1] | 24 |
| Tabla 4.3 COMPARACIÓN DE SUBFRECUENCIAS CRÍTICAS CON FFT Y MAPAS DE POINCARÉ | 44 |
| Tabla 6.1: DURACIÓN DE LAS TAREAS | 47 |
| Tabla 6.2: DIAGRAMA DE GANTT | 47 |
| Tabla 6.3: PRESUPUESTO DESGLOSADO | 48 |

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

1.1.Motivación

En la vida cotidiana y especialmente en el ámbito industrial, es frecuente encontrar ejes rotativos. Son elementos sencillos pero pueden funcionar dentro de máquinas complejas de tal modo que su fallo compromete al resto del sistema. Por ello, son elementos a tener en cuenta en cualquier sistema mecánico.

Los ejes de cualquier máquina, en principio, cuentan con la suficiente resistencia a torsión y flexión como para aguantar en funcionamiento. Sin embargo, en ocasiones estos se rompen de forma repentina. El motivo está en el fenómeno de fatiga que supone que la resistencia del componente mecánico sea menor cuando la carga es alternante.

Cuando además existen fisuras en la pieza, la fatiga hace que estas se vayan propagando hasta que finalmente se produce la rotura. Durante todo ese proceso cambian características del eje como su rigidez a flexión y se producen vibraciones indeseadas.

En definitiva, es fundamental comprender el funcionamiento de un eje fisurado en condiciones de fatiga y ser capaces de conocer la propagación de la fisura. Así pues, el estudio de los rotores y de cómo llegan a romperse es de interés tanto desde el punto de vista económico como del de la seguridad.

1.2.Objetivos

Con el presente trabajo se pretende profundizar en el estudio de ejes fisurados dando continuidad a estudios anteriores. En esos casos se realizaron ensayos experimentales y se analizaron los desplazamientos utilizando la FFT (Fast Furier Transform) [1] [2]. De esa forma se determinaron los submúltiplos de las frecuencias críticas para diferentes tamaños de fisura.

Así pues, con este trabajo se pretende continuar con el análisis de esos datos [2] usando como herramienta los Mapas de Poincaré. De esta forma será posible saber si estas gráficas proporcionan información útil de un eje a partir de sus desplazamientos.

Concretamente se analizarán los Mapas para diferentes tamaños de fisura y los submúltiplos de las frecuencias críticas. Además, se intentará ver si los Mapas permiten determinar el valor concreto de esas frecuencias de forma que se puedan comparar los resultados con los obtenidos en la FFT [2].

Con todo ello se pretende contribuir al campo de la rotodinámica profundizando en el uso de una técnica que puede ser de utilidad para estudios futuros.

1.3. Estructura del documento

El presente documento se ha dividido en 7 capítulos con el contenido que se indica a continuación:

En primer lugar aparece la introducción del documento en la que se desarrolla la motivación para realizarlo, los objetivos que se persiguen y cómo se estructura.

En el capítulo 2 se tratan los antecedentes en este campo de estudio. Para ello se realizará una reseña histórica seguida de la explicación del modelo que se ha usado, es decir, el *Jeffcott rotor*. Además, se introducirán el uso de los Mapas de Poincaré de una forma general para luego pasar al caso concreto de ejes fisurados. Por último se comentará el marco regulador y el entorno socioeconómico.

En el capítulo 3 se describirá el equipo experimental que ha sido usado [2] para la obtención de los datos así como el procedimiento que se ha seguido.

En el siguiente capítulo se analizan los datos obtenidos según se ha comentado en el capítulo anterior. Primero se explicará el procesado de los datos experimentales y posteriormente se expondrán los diferentes resultados. En este sentido, se analizarán los Mapas de Poincaré para los submúltiplos de las frecuencias críticas en varios tamaños de fisura. Posteriormente se analizarán esos Mapas para una velocidad de giro constante y finalmente se estudiarán las transiciones por $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{4}$ de la frecuencia crítica.

En el capítulo 5 se presentan las conclusiones obtenidas de todo el proyecto y se comentarán posibles mejoras así como líneas de investigación para trabajos futuros.

En el capítulo 6 se presentará tanto el presupuesto para la realización de este proyecto como las distintas tareas de las que se compone.

Por último, en el capítulo 7, aparecen las referencias y la bibliografía utilizada en este trabajo.

CAPÍTULO 2

ANTECEDENTES

2.1. Rotodinámica

Desde la aparición de la rueda y las primeras máquinas se han usado los ejes en elementos como molinos o carros. Posteriormente, con el desarrollo industrial, su uso se extendió hasta aparecer en mecanismos más complicados y modernos como las turbinas o los aerogeneradores. A pesar de que el eje en sí mismo es un elemento simple, su buen funcionamiento en estas máquinas es crítico ya que afectan al resto de componentes y su rotura puede conllevar grandes costes y problemas de seguridad.

Debido a todo lo comentado anteriormente, con el desarrollo industrial surgió la necesidad de estudiar más detenidamente el funcionamiento de los ejes. De ahí surgió la rotodinámica que se encarga del estudio de estos elementos. El primero en investigar este campo fue Rankine con su publicación en 1869 [3] sobre la relación entre las fuerzas centrífugas y restauradoras del rotor. Con ese artículo concluyó que era imposible operar por encima de una velocidad crítica. Aunque esta conclusión era errónea, sentó las bases en este campo.

Posteriormente, el ingeniero De Laval inventó una turbina de vapor de una etapa con la que demostró que efectivamente era posible el funcionamiento por encima de la velocidad crítica. Precisamente, el valor de ese parámetro era el que más interesaba a los investigadores de finales del siglo XIX puesto que deseaban evitar la resonancia. En este sentido Dunkerley en 1894 [3] fue el primero en usar el concepto “velocidad crítica” (W_c) como valor en el que se produce un cambio brusco en el rotor al coincidir con la frecuencia natural (W_n). Además, definió una fórmula empírica para calcularlo definida por la ecuación 2.1 [2] donde k es la rigidez y m la masa del eje.

$$W_c = W_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2.1)$$

En 1919 se suma la contribución de Jeffcott con la primera teoría fundamental de la rotodinámica y dará nombre a uno de los modelos, el *Jeffcott rotor*.

En los años sucesivos los mayores avances se desarrollaron en Estados Unidos. Campbell que investigaba las vibraciones en las turbinas de vapor desarrolló los diagramas que llevan su nombre. En ellos se relaciona velocidad crítica, frecuencia natural y velocidad de giro. Por otro lado Newkirk y Taylor descubrieron el fenómeno

del *oil whip* por el cual se producen vibraciones debido a la capa de fluido en los cojinetes del rotor. En 1959 Hori continuó investigando el fenómeno centrándose en la estabilidad del eje y la presión en el fluido.

A medida que los ejes se hacían más ligeros y sus velocidades de giro más altas, cobraban importancia los fenómenos de resonancia subarmónica. Yamamoto estudió este fenómeno en los rodamientos de bolas de los rotores y otros investigadores analizaron este fenómeno en turbinas de gas.

En los años 50 se encontraron fisuras en varias turbinas de gas. A partir de ahí surgió el interés por desarrollar análisis de vibraciones que fuesen capaces de detectar las fisuras con el fin de prevenir accidentes. En los años 70, investigadores como Gasch profundizaron en la cuestión y determinaron que existía una región de inestabilidad alrededor de la mayor velocidad crítica y que esta dependía de la orientación de la inestabilidad. Por otra parte, en esa década se aplica por primera vez el método de los elementos finitos al campo de la rotodinámica por parte de Ruhl y Booker. [3]

2.2. Jeffcott Rotor

Según se ha comentado anteriormente, Jeffcott fue quien elaboró la primera teoría fundamental de la rotodinámica pero además propuso el modelo de eje que lleva su nombre. Es una simplificación de los rotores reales pero en la actualidad sigue siendo utilizado por gran parte de los investigadores [4] [2] [1]. Por tanto, será el modelo utilizado en este trabajo.

Se compone de un eje fisurado, rectilíneo, apoyado en sus extremos, de sección constante y cuya masa se puede despreciar. Sobre él se acopla un disco cuya masa es mucho mayor que la de la pieza anterior, de este modo el peso hará que se produzca flexión rotatoria. Este fenómeno implica que con el giro la sección que se encuentra a compresión pasa a trabajar en tracción y viceversa. El proceso se repite de forma cíclica de modo que se producirá fatiga en el eje.

Por otra parte, al disco mencionado se le acopla una masa excéntrica (m_e). Así pues, cuando el motor le transmite el giro a velocidad constante, se crea un desequilibrio al alejarse en centro de masas (G) del eje de simetría según se muestra en la Figura 2.1.

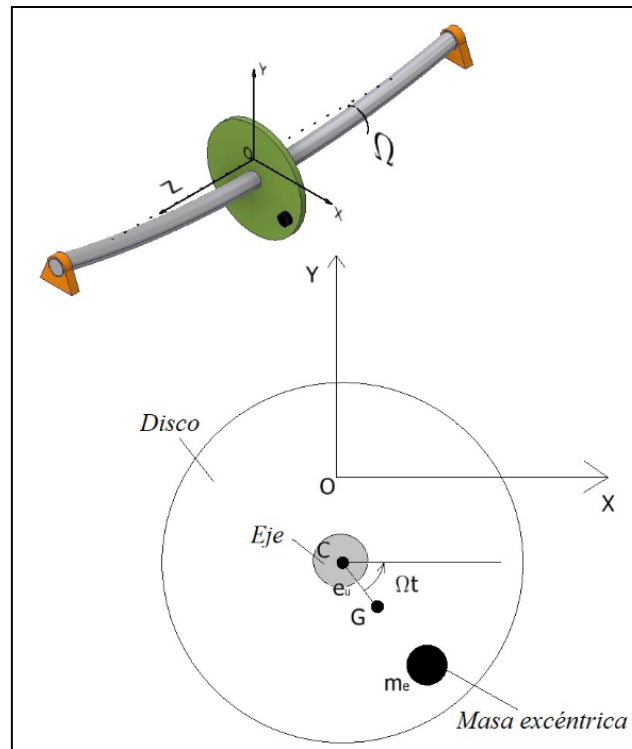


Figura 2.1: Rotor de Jeffcott [4]

2.3. Mapas de Poincaré

Cuando se estudia un sistema dinámico es interesante saber si el comportamiento es periódico, caótico o algo intermedio. Por ejemplo, se podría tener un conjunto de circunferencias superpuestas correspondientes al comportamiento puramente periódico de un punto que gira. También serían posibles un conjunto de curvas sin un patrón definido y que ni siquiera se intersecasen unas con otras.

Los comportamientos descritos serían apreciables si se tuviese por ejemplo la vista tridimensional de las curvas. Sin embargo, por simplicidad y eficiencia no es necesario incluir tanta información. En este sentido, los Mapas de Poincaré tienen la utilidad de aportarnos la información completa del comportamiento dinámico pero de una forma simplificada como se verá posteriormente.

Desde un punto de vista matemático y generalista, se tiene un sistema n -dimensional en el que $\dot{x} = f(x)$. Además existe una superficie S (sección de Poincaré) de dimensión $n-1$ que se encuentra transversal a las trayectorias. Cada punto obtenido por la intersección de una trayectoria en un sentido con el plano S da un punto $P(x)$, como se aprecia en la Figura 2.2, de tal forma que el Mapa de Poincaré queda definido por el conjunto de puntos $P(x_i)$ [5].

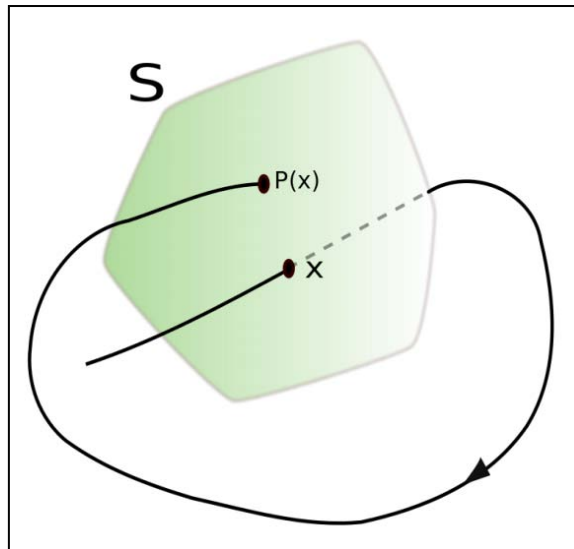
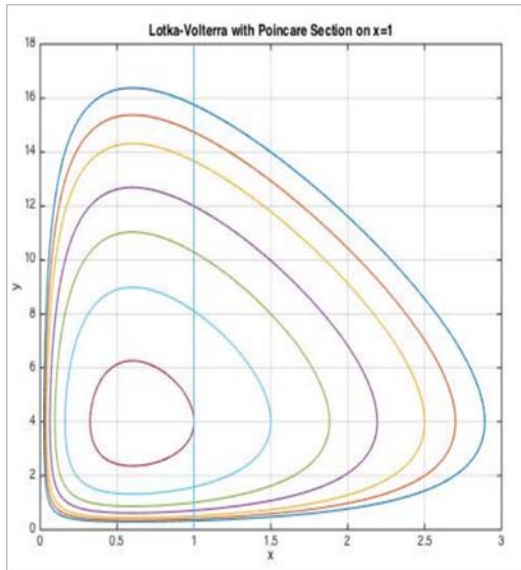


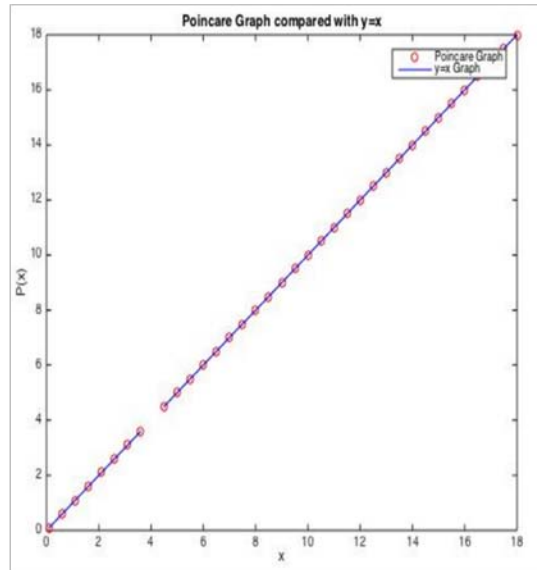
Figura 2.2: Sección de Poincaré [6]

Así pues, en el caso concreto de tener curvas puramente periódicas superpuestas una sobre otra, al hacer el Mapa de Poincaré se obtendría un solo punto. Simplemente la trayectoria corta al plano S en un punto y un periodo T después vuelve a cortarlo en el mismo punto. Así pues, se pasa de un problema de órbitas, que puede ser algo muy complejo, a un mapa con una distribución de puntos que aporta la misma información de una forma más simplificada. Por tanto, son una buena forma de ver gráficamente la estabilidad en un sistema dinámico [5].

Por ejemplo, en la Figura 2.3(b) y Figura 2.4(b) se puede apreciar cómo los Mapas de Poincaré simplifican la forma de mostrar la información de las gráficas de Lotka-Volterra y Van der Pol de la Figura 2.3(a) y Figura 2.4(a) respectivamente.

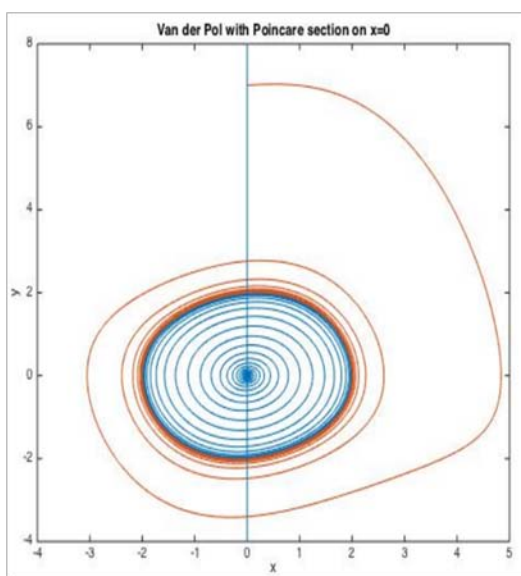


(a) Lotka-Volterra

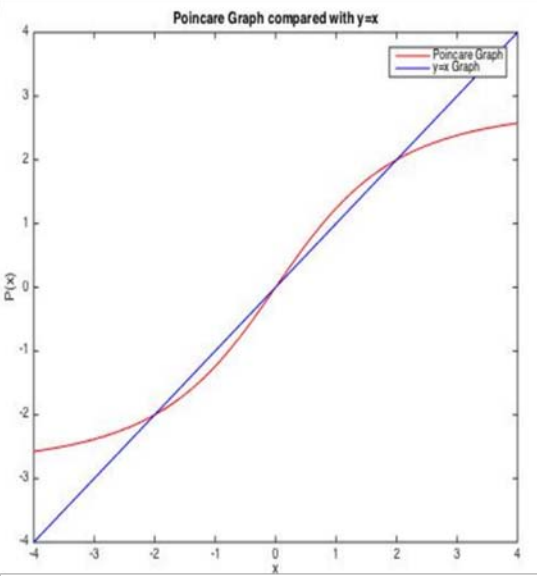


(b) Mapa de Poincaré

Figura 2.3: Lotka-Volterra (a) y su Mapa de Poincaré (b) [6]



(a) Van der Pol



(b) Mapa de Poincaré

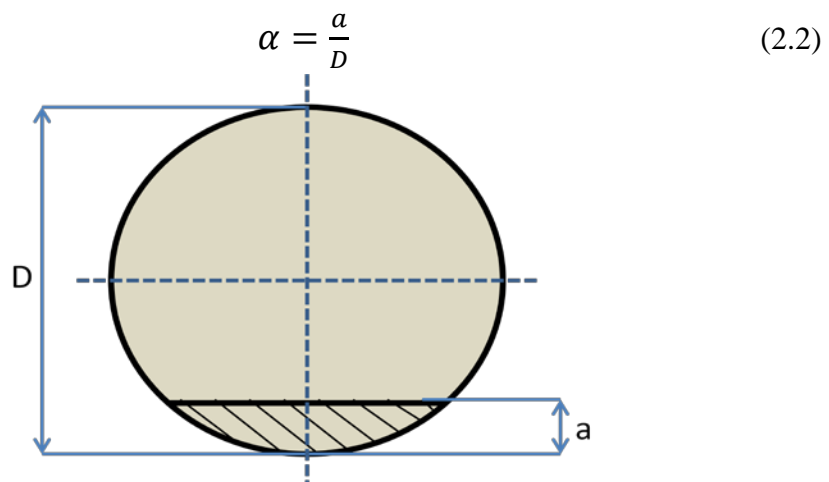
Figura 2.4: Van der Pol (a) y su Mapa de Poincaré (b) [6]

2.4.Ejes fisurados

2.4.1. Parámetros de fisura

Para conocer de forma sencilla las condiciones en las que trabaja el eje se definirán unos parámetros de fisura que serán usados en adelante.

- Longitud característica de fisura (α): Determina en tanto por uno la profundidad de fisura respecto del diámetro del eje. Es decir, según la Figura 2.5, se calcula con la ecuación 2.2:

$$\alpha = \frac{a}{D} \quad (2.2)$$


El diagrama muestra un círculo que representa un eje. Una línea horizontal azul indica el diámetro total, etiquetado como 'D'. Una línea vertical azul indica la profundidad de la fisura, etiquetada como 'a'. La fisura es una zona sombreada en la parte inferior del círculo. La ecuación $\alpha = \frac{a}{D}$ está escrita en la parte superior.

Figura 2.5 Profundidad de fisura

- Orientación de la masa excéntrica (β): Define el lugar de colocación de la masa excéntrica, que se explicará posteriormente, respecto a la perpendicular del frente de la fisura según se muestra en la Figura 2.6 con $\beta = 0^\circ$.

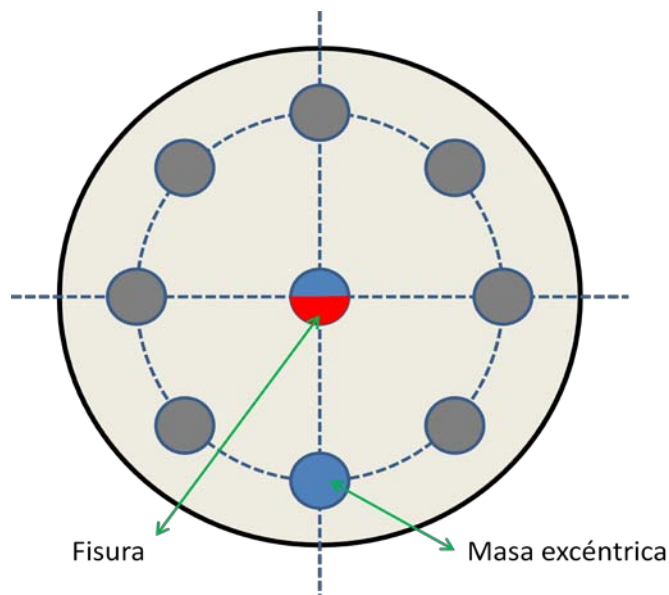


Figura 2.6 Orientación de la masa excéntrica

2.4.2. Mapas Poincaré en ejes fisurados

Según se comentó anteriormente, los Mapas de Poincaré son de utilidad a la hora de estudiar la estabilidad de un sistema dinámico. El rotor de Jeffcott es uno de esos sistemas y por ello se han usado los Mapas de Poincaré en varias investigaciones de rotodinámica. [7] [8] [9]

Para obtener dichos Mapas, el procedimiento a seguir está muy relacionado con el enfoque matemático descrito anteriormente pero con algunas variaciones. En este caso, lo que se hace es registrar la posición de un punto del rotor cada vez que transcurre un periodo de tiempo. Así pues, si después de varios periodos los puntos del Mapa se encuentran muy próximos significará que el movimiento es casi periódico. Si por el contrario los puntos están totalmente dispersos, quiere decir que el movimiento es caótico. Además, existen casos intermedios entre las dos opciones.

Cabe destacar, que para la obtención de los Mapas de Poincaré se puede seguir un enfoque numérico o experimental. En el primer caso, algunos investigadores [9] desarrollan un modelo matemático del rotor modelando la fisura y desarrollando las ecuaciones del movimiento. A partir de ahí se aplican técnicas de cálculo numérico para obtener la solución. También, es posible recurrir a los elementos finitos [4].

Por otra parte, se puede desarrollar un estudio experimental del rotor [2] [4]. En este caso se hacen los ensayos correspondientes y se analizan los desplazamientos. Con estos datos, y su código para procesarlos, es posible obtener las órbitas y los Mapas de Poincaré. Este es el enfoque que se puede aplicar directamente sobre un eje que esté en funcionamiento en una máquina. Por tanto, esta será la opción a seguir con el procedimiento experimental que se describirá posteriormente.

En la Figura 2.7 se muestran algunos ejemplos de Mapas obtenidos para un mismo eje a diferentes velocidades de giro. Concretamente, se muestra desde el comportamiento casi periódico Figura 2.7(a) hasta el caótico Figura 2.7(c) pasando por un estado intermedio Figura 2.7(b).

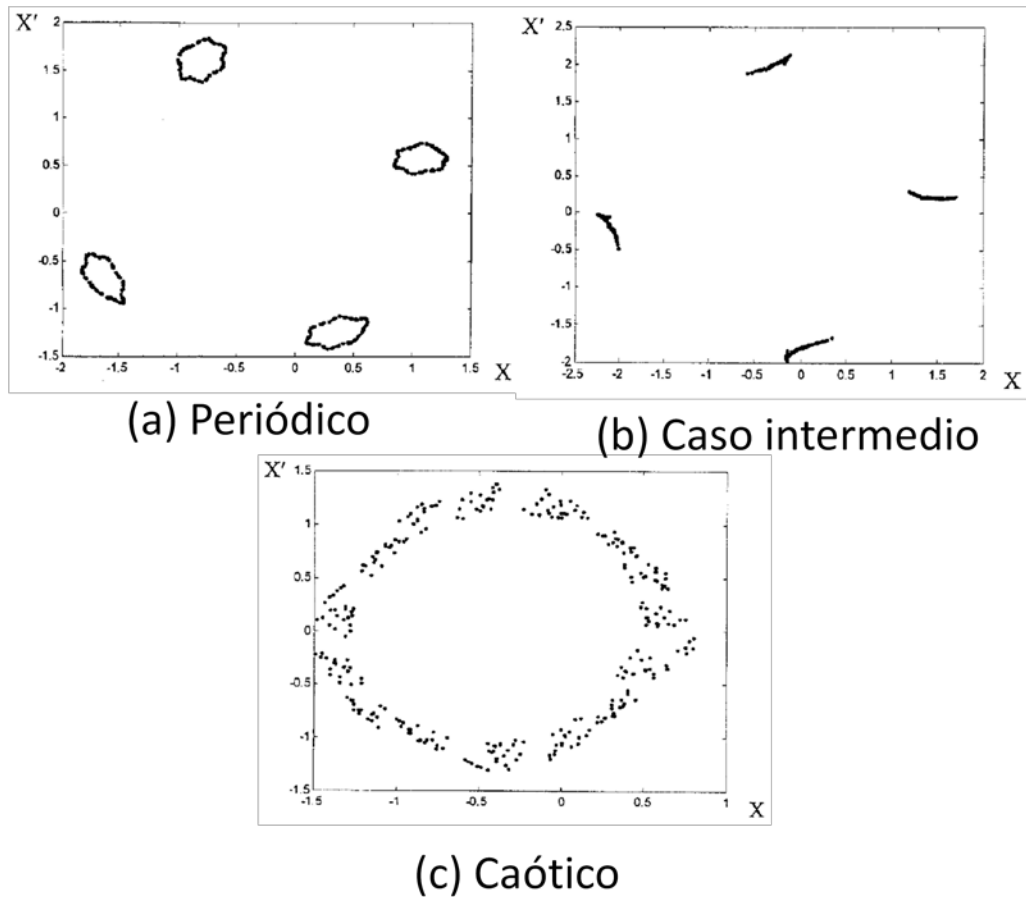


Figura 2.7: Ejemplo de Mapas de Poincaré en eje fisurado [7]

Cabe destacar, que en las explicaciones anteriores se comentó que para un comportamiento periódico lo esperado sería un punto en el Mapa. Sin embargo, en el ejemplo se aprecia que son cuatro. Así pues, estas gráficas también permiten conocer el orden de la periodicidad. Es decir, para comportamientos puramente periódicos aparecerán n puntos si el sistema es periódico de orden n y según se acerque al comportamiento caótico dejarán de ser puntos pero habrá n zonas diferenciadas.

Por ejemplo, en la Figura 2.7, el hecho de que aparezcan cuatro puntos significa que el rotor necesita cuatro periodos para volver a la posición inicial. Como los Mapas guardan un punto cada vez que pasa un periodo T , en una vuelta se representan los puntos de T , $2T$, $3T$ y $4T$.

2.5.Marco regulador

En cuanto a la normativa, cabe destacar que este trabajo no está sujeto a unas normas tan claras y precisas como pudiese ser el caso de un cálculo estructural para el cual existen numerosas normativas aplicables en el ámbito de la edificación.

En el caso de este proyecto podría distinguirse una parte de obtención de datos y otra de procesado. Esta última no está regulada de ninguna manera ya que, en general, el tratamiento de los datos queda determinado por los objetivos que persiga el investigador que los usa. Sin embargo, la obtención de datos se basa en ensayos experimentales. En este sentido, se han desarrollado normas como la ISO o la ASTM con el objetivo de conseguir una estandarización en ensayos como los de tracción, flexión o impacto.

De todas esas normativas, las que más se relacionan con esta investigación son las de fatiga puesto que los ejes analizados se encuentran sometidos a flexión rotativa. En este sentido, existen algunas normas como la UNE-EN 3873:2010 o la UNE-EN 3987:2009 que normalizan los ensayos de fatiga en la industria aeroespacial. También existen otras como la ISO/TTA 5:2007 o la E1942-98(2010)el que estandarizan otros estudios sobre la fatiga. Sin embargo, ninguno se refiere concretamente al ensayo del *Jeffcott rotor*. [10]

En definitiva, este estudio no se encuentra sometido a ninguna norma o ley concreta que regule cómo deben obtenerse y tratarse los datos. Además, las únicas normativas relacionadas, como las UNE mencionadas anteriormente, son sólo una estandarización pero no una obligación expresa como pudiesen ser las normas del Código Técnico de la Edificación en otro tipo de proyecto. Por tanto, lo que se decidió es desarrollar este proyecto en línea con los estudios anteriores de forma que los resultados sean comparables.

2.6.Entorno socioeconómico

Según se ha introducido anteriormente, este trabajo supone profundizar en un estudio con implicaciones para el resto de la sociedad. El hecho de poder conocer mejor la propagación de las fisuras permitirá ser capaces de hacer un mejor mantenimiento de las máquinas en la industria y el transporte. Concretamente se podrán sustituir los ejes que estén próximos a la rotura antes de que esta suceda. Es decir, será posible un mantenimiento preventivo, lo cual ahorra costes.

Por otra parte, amentará la seguridad puesto que se podrán evitar algunas roturas repentinas por fatiga. De este modo el resto de la máquina no se verá afectada y no habrá fallos catastróficos que puedan dañar a los usuarios. Además de estas consecuencias más graves, se controlarán mejor otros fenómenos no deseados como las vibraciones, el ruido y la resonancia.

CAPÍTULO 3

ESTUDIO EXPERIMENTAL

3.1.Descripción del dispositivo experimental

En cuanto al dispositivo experimental, se ha usado el banco de ensayos de la propia Universidad configurado como un rotor Jeffcott con los siguientes elementos principales:

- Ejes con distintos tamaños de fisura (α).
- Disco.
- Masa excéntrica.
- Sensor láser de medida.
- Platos de garras.
- Bancada.
- Ordenador.

Los ejes a ensayar, cuyas características se especifican en la Tabla 3.1, se sostienen en el banco de ensayos mediante platos de garras que idealmente se consideran apoyos empotrados según investigaciones anteriores [11].

Tabla 3.1: CARACTERÍSTICAS DEL EJE

| | |
|--------------------------------|------------------------|
| Material | Aluminio |
| Diámetro | 20 mm |
| Longitud efectiva | 900 mm |
| Densidad | 2700 kg/m ³ |
| Módulo de Young | 75 GPa |
| Coefficiente de Poisson | 0.33 |
| Posición de entalla | $\beta = 0^\circ$ |

Dichos ejes se cargan mediante un disco, con las especificaciones indicadas en la Tabla 3.2. A su vez, a este se le añade una masa excéntrica que se puede colocar en los diferentes orificios del disco. Concretamente, se coloca alineado con la fisura, es decir, con $\beta = 0^\circ$. Así pues, el montaje es el que se muestra en la Figura 3.1.

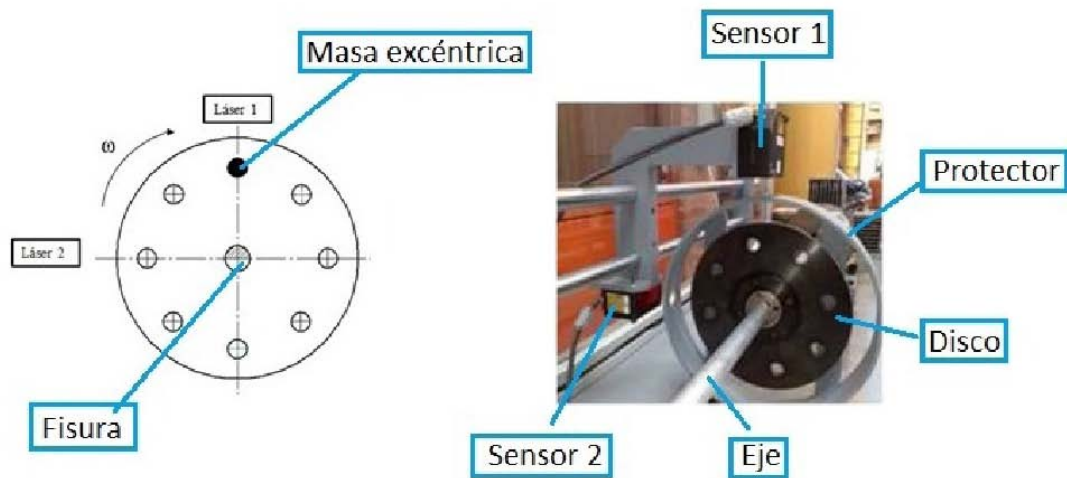


Figura 3.1: Configuración experimental [4]

Tabla 3.2: CARACTERÍSTICAS DEL DISCO

| | |
|--------------------------------|------------------------|
| Material | Acero |
| Diámetro | 200 mm |
| Espesor | 21 mm |
| Densidad | 7850 kg/m ³ |
| Módulo de Young | 210 GPa |
| Coefficiente de Poisson | 0.33 |
| Posición de entalla | $\beta=0^\circ$ |
| Masa de excentricidad | 0.2 kg |

Por otra parte, se cuenta con dos sensores láser que registran los desplazamientos horizontales y verticales hasta un máximo de 5mm, valor a partir del cual la máquina para por seguridad. Estos datos quedan registrados en el ordenador para su posterior procesamiento. Además, se muestra por pantalla el valor de dichos desplazamientos en cada momento así como la órbita que describen. Cabe destacar que el software que usa el equipo experimental tiene capacidad para filtrar la señal. Sin embargo, su configuración en el trabajo del que se toman los datos [2], no permitió filtrar los desplazamientos en Y que según se ha comprobado tienen más ruido.

3.2.Descripción del ensayo

Tabla 3.3: PARÁMETROS DEL ENSAYO

| Eje | Profundidad de fisura (α) |
|-----|------------------------------------|
| 1 | 0 |
| 2 | 0.10 |
| 3 | 0.15 |
| 4 | 0.20 |
| 5 | 0.25 |
| 6 | 0.30 |
| 7 | 0.35 |
| 8 | 0.40 |

Una vez montado el equipo experimental descrito anteriormente, es necesario un procedimiento adecuado para obtener los datos deseados. En este sentido, se ensayarán diferentes ejes cuyas profundidades de fisura son las de la Tabla 3.3 manteniendo constante la posición de la masa excéntrica, en este caso, con $\beta = 0^\circ$.

Para cada uno de dichos ejes podrían estudiarse los desplazamientos a cualquier velocidad de giro. Sin embargo, lo más útil es centrarse en aquellas cercanas a los submúltiplos de la frecuencia crítica. Por tanto, lo primero que se hace es un barrido en un amplio rango de velocidades para detectar aquellas de interés.

Según se ha determinado en investigaciones anteriores [4] [1] [12], la forma de las órbitas se altera al pasar por $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{4}$ de la frecuencia crítica. Además, se crea un número de lazos que depende del submúltiplo que se esté estudiando. Concretamente, en $\frac{1}{2}$ aparece un lazo, en $\frac{1}{3}$ aparecen dos y en $\frac{1}{4}$ se encuentran tres según se ven en la Figura 3.2, Figura 3.3 y Figura 3.4. Así pues, dentro del primer barrido se varía la velocidad de giro hasta que la forma de las órbitas que se ven por pantalla muestra alguno de estos comportamientos. De este modo se puede determinar de qué submúltiplo de W_c se trata y su valor aproximado.

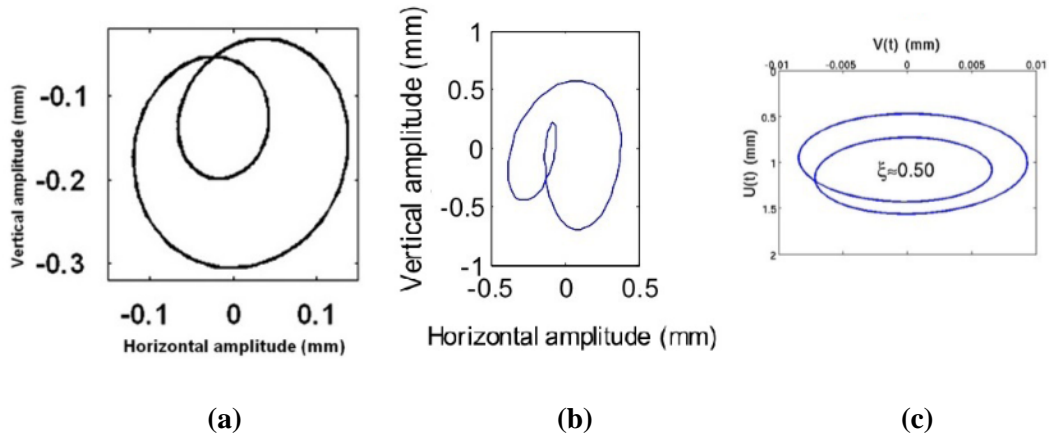


Figura 3.2 Ejemplos de órbitas para $1/2 W_c$. [4], (a) [12], (b) [13], (c) [14]

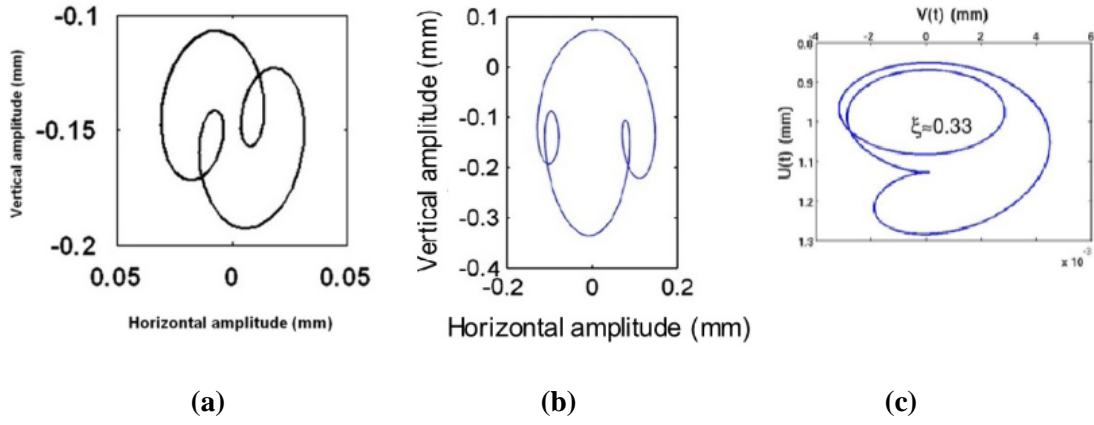


Figura 3.3 Ejemplos de órbitas para $1/3 W_c$. [4], (a) [12], (b) [13], (c) [14]

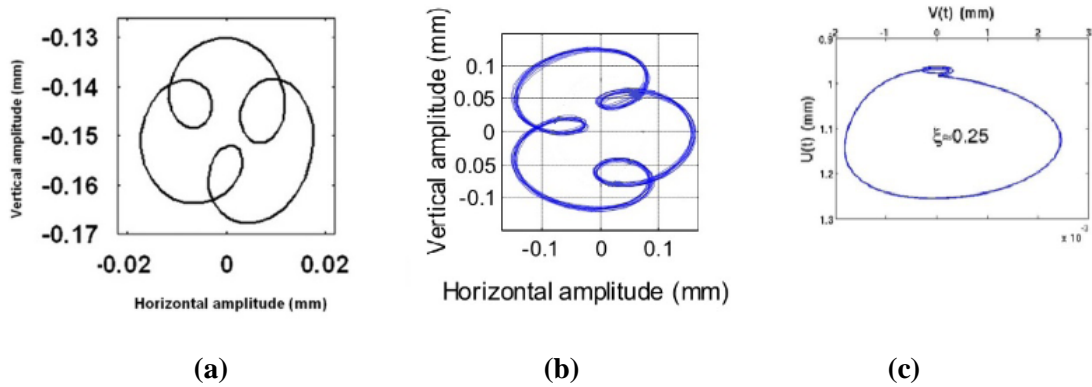


Figura 3.4 Ejemplos de órbitas para $1/4 W_c$. [4], (a) [12], (b) [13], (c) [14]

Por último, a partir de los resultados del barrido anterior se hace un barrido más fino, concretamente cada 1 rpm, para hallar los valores concretos de las velocidades subcríticas.

Las órbitas son una herramienta útil que permiten apreciar los cambios de forma visual. Sin embargo, es conveniente completar su uso con otras herramientas. Una de ellas es la FFT (*Fast Fourier Transform*) que permite pasar la señal de desplazamientos al dominio de la frecuencia.

Según estudios previos [4] [2], se sabe que cuando existe una inestabilidad en la FFT aparece un pico en la frecuencia de giro llamada 1X, al usar el modelo de Jeffcott hay garantía de que esto suceda ya que cuenta con una masa excéntrica. Si además existe una fisura aparecerán otros picos en 2X, 3X... Concretamente cuando se pasa por $\frac{1}{n}W_c$ aparecen n picos. Si por ejemplo el eje pasa por una velocidad cercana a $\frac{1}{2}W_c$ su amplitud (A_2) aumentará respecto a la de giro (A_1). Por tanto haciendo un barrido de velocidades y determinando el mínimo del cociente $\frac{A_1}{A_2}$ se puede determinar el valor de $\frac{1}{2}W_c$ y de forma análoga para el resto de submúltiplos.

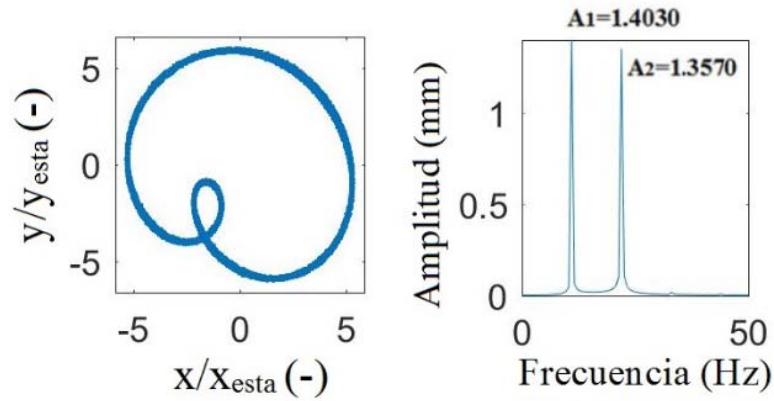


Figura 3.5 Órbitas y FFT para $1/2 W_c$ [4]

Por ejemplo, en la Figura 3.5 se pueden apreciar los fenómenos de las órbitas y la FFT comentadas anteriormente. Al llegar al submúltiplo de la frecuencia crítica $\frac{1}{2}W_c$, se ha producido un lazo interior en la órbita y la amplitud (A_2) del espectro de frecuencias ha crecido (casi iguala a A_1) haciendo mínimo el cociente $\frac{A_1}{A_2}$ en el barrido que se hizo [4].

CAPÍTULO 4

RESULTADOS

4.1. Procesado de datos

Una vez obtenidos los datos según el ensayo descrito anteriormente, se continuó con su procesado. Para ello se utilizaron diferentes códigos programados en Matlab. El primero de ellos fue tomado de un estudio anterior [1] y permite importar a Matlab los resultados que proporciona el equipo experimental al hacer el ensayo [2].

Con los datos ya importados se diseñó un segundo código para poder obtener los Mapas de Poincaré. La estructura es la que se muestra en la Tabla 4.1:

Tabla 4.1: OUTPUTS E INPUTS DEL CÓDIGO

| <i>Output</i> | <i>Inputs</i> |
|-------------------|--|
| Mapas de Poincaré | Desplazamientos en X |
| | Desplazamientos en Y |
| | Tiempos de muestreo |
| | Velocidad crítica de giro en rpm |
| | Parámetro que ajusta el punto a partir del cual tomamos los puntos |

En primer lugar, hay que tener en cuenta que los datos de desplazamientos en X e Y que recibe el programa corresponden a las órbitas que teóricamente son líneas curvas cerradas. Sin embargo, al tratarse de datos experimentales, se tiene una nube de puntos que además están afectados por los equipos de medida. Así pues, se aplicó una media móvil de forma que se eliminase en la medida de lo posible el ruido de los datos obtenidos. Para ello se utilizó el algoritmo “tsmovavg” implementado en Matlab y se ajustaron los parámetros de entrada de forma que los resultados representasen las órbitas lo mejor posible.

Adicionalmente, se eliminaron los datos correspondientes a la puesta en marcha y parada de la máquina de ensayo dónde el régimen de giro es inestable. Además, se centraron las órbitas para visualizarlas en torno al (0,0) de su posición de reposo con el objetivo de poder realizar una comparación más adecuada para los diferentes casos analizados.

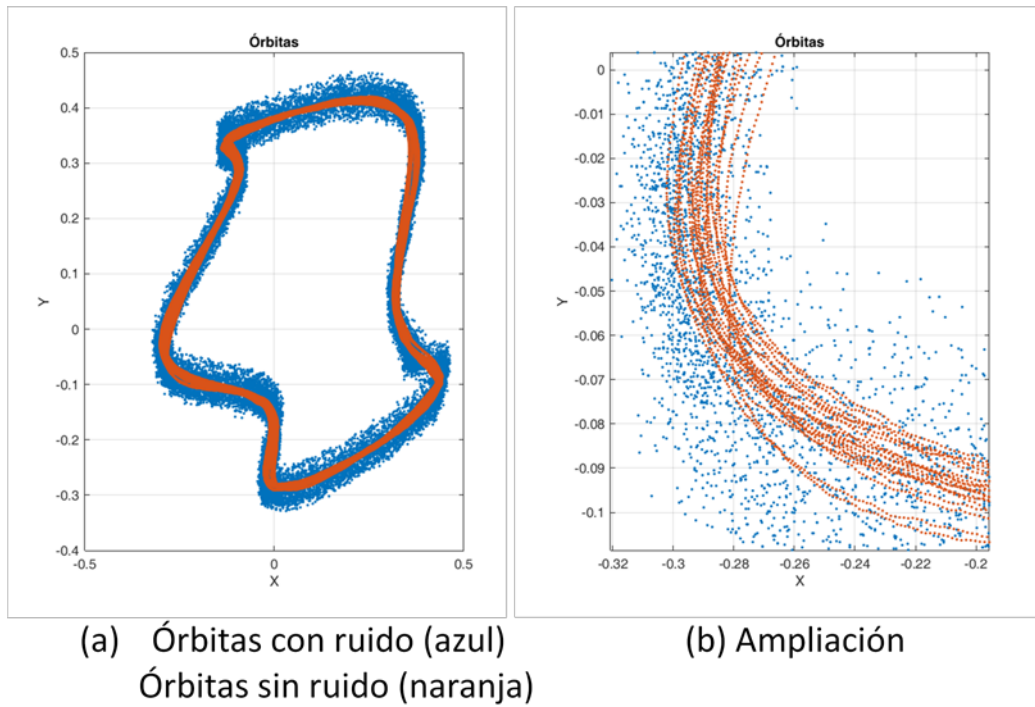


Figura 4.1: Eliminación de ruido

Como se puede ver en la Figura 4.1 (a) y (b), se pasa claramente de unos puntos muy dispersos (en azul) a otros que se asemejan más fielmente a las órbitas (en naranja) por lo que se ha conseguido eliminar el ruido en gran medida.

Por otro lado, se decidió adimensionalizar los desplazamientos obtenidos experimentalmente. Es necesario hacer este paso puesto que en los ensayos descritos anteriormente se van quitando los ejes del banco de ensayos para poner los siguientes. Esto implica que las fuerzas aplicadas por los platos de garras y otros parámetros varían en los ensayos de los diferentes ejes. Por tanto, para compensar esta circunstancia y obtener resultados comparables es necesario dividir los desplazamientos por los del eje en reposo.

Del proceso anterior se obtienen dos vectores que guardan los datos de desplazamientos en X e Y deseados. De todos ellos deben seleccionarse aquellos que correspondan al Mapa de Poincaré. Para ello se tiene en cuenta la frecuencia de muestreo y la frecuencia crítica de cada eje. Estas últimas se han tomado de investigaciones anteriores donde fueron determinadas usando un algoritmo basado en el FFT (Fast Fourier Transform) [2]. Con estos datos se puede saber cuántos puntos corresponden a un periodo y así poder realizar los Mapas.

Así pues, el procedimiento para conseguir los Mapas de Poincaré será el siguiente:

1. Importar a Matlab los datos experimentales deseados.
2. Seleccionar la frecuencia crítica: la correspondiente a cada tamaño de fisura.
3. Seleccionar a partir de qué momento se tomarán los datos: De esta forma se pueden eliminar posibles inestabilidades iniciales. En este caso se ha tomado un valor de 0.75 para este parámetro de tal forma que se considera el último 25% de los datos.
4. Ejecutar el segundo código:
 - 4.1. Eliminación del ruido y centrado de los datos.
 - 4.2. Selección de los puntos del Mapa de Poincaré.
 - 4.3. Representación gráfica.

4.2. Influencia de la profundidad de fisura

El primer parámetro que se analizó fue la influencia del tamaño de fisura. Para ello se obtuvieron los Mapas de Poincaré con el procedimiento descrito anteriormente para los siguientes tamaños de fisura (α): 0, 0.10, 0.15, 0.20, 0.25, 0.30, 0.35 y 0.40. De ese modo es posible saber si los Mapas de Poincaré ofrecen información útil sobre el avance de la fisura ya que se pueden comparar para distintos valores de α .

A su vez, para cada tamaño de fisura se analizaron 3 velocidades subcríticas $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{4}$ de la frecuencia crítica. Al ser velocidades a las que se produce resonancia, los desplazamientos y vibraciones aumentarán repentinamente y de forma brusca. Por tanto, se trata de saber si los Mapas de Poincaré ayudan a identificar esos puntos críticos que siempre se tratará de evitar.

Las velocidades críticas y subcríticas para cada α son las que se muestran en la Tabla 4.2

Tabla 4.2: VELOCIDADES CRÍTICAS Y SUBCRÍTICAS [1]

| α | W_c (rpm) | $\frac{1}{2} W_c$ (rpm) | $\frac{1}{3} W_c$ (rpm) | $\frac{1}{4} W_c$ (rpm) |
|-------------|-------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| 0.00 | 1440 | 728 | 485 | 360 |
| 0.10 | 1428 | 714 | 476 | 357 |
| 0.15 | 1424 | 712 | 474 | 356 |
| 0.20 | 1412 | 710 | 472 | 353 |
| 0.25 | 1420 | 710 | 472 | 355 |
| 0.30 | 1424 | 707 | 473 | 356 |
| 0.35 | 1412 | 703 | 471 | 353 |
| 0.40 | 1396 | 694 | 466 | 349 |

Hay que destacar que los α 's señalados en la Tabla 4.2 son los correspondientes al inicio del ensayo. Teóricamente, a medida que avance el ensayo y el eje gire, la fisura se propagará y se producirá el efecto “*breathing*” que consiste en la apertura y cierre de la fisura de forma cíclica según gira el eje como se muestra en la Figura 4.2. En estos casos, al ser ensayos de muy corta duración, se considera que no ha habido propagación de fisura durante la toma de los datos que se han obtenido para la realización de este proyecto.

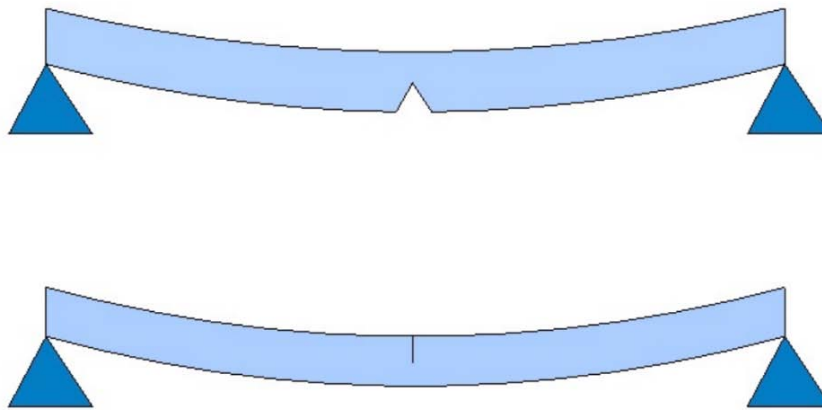


Figura 4.2 Efecto *Breathing* [4]

Por otro lado, se ha considerado que igual que es posible conocer la velocidad crítica y sus submúltiplos para un determinado α , también es posible conocer esos mismos valores para el mismo eje antes de que se empezase a fisurar si se hace el correspondiente ensayo. Por tanto, en las gráficas sucesivas se representarán superpuestos los Mapas de Poincaré para el α correspondiente (en azul) y para $\alpha = 0$ (en naranja). De ese modo será posible conseguir un estudio un poco más amplio que determine si hay diferencias significativas.

Así pues, se presentan a continuación los diferentes Mapas de Poincaré obtenidos para los diferentes valores de α y $\frac{1}{n}W_c$.

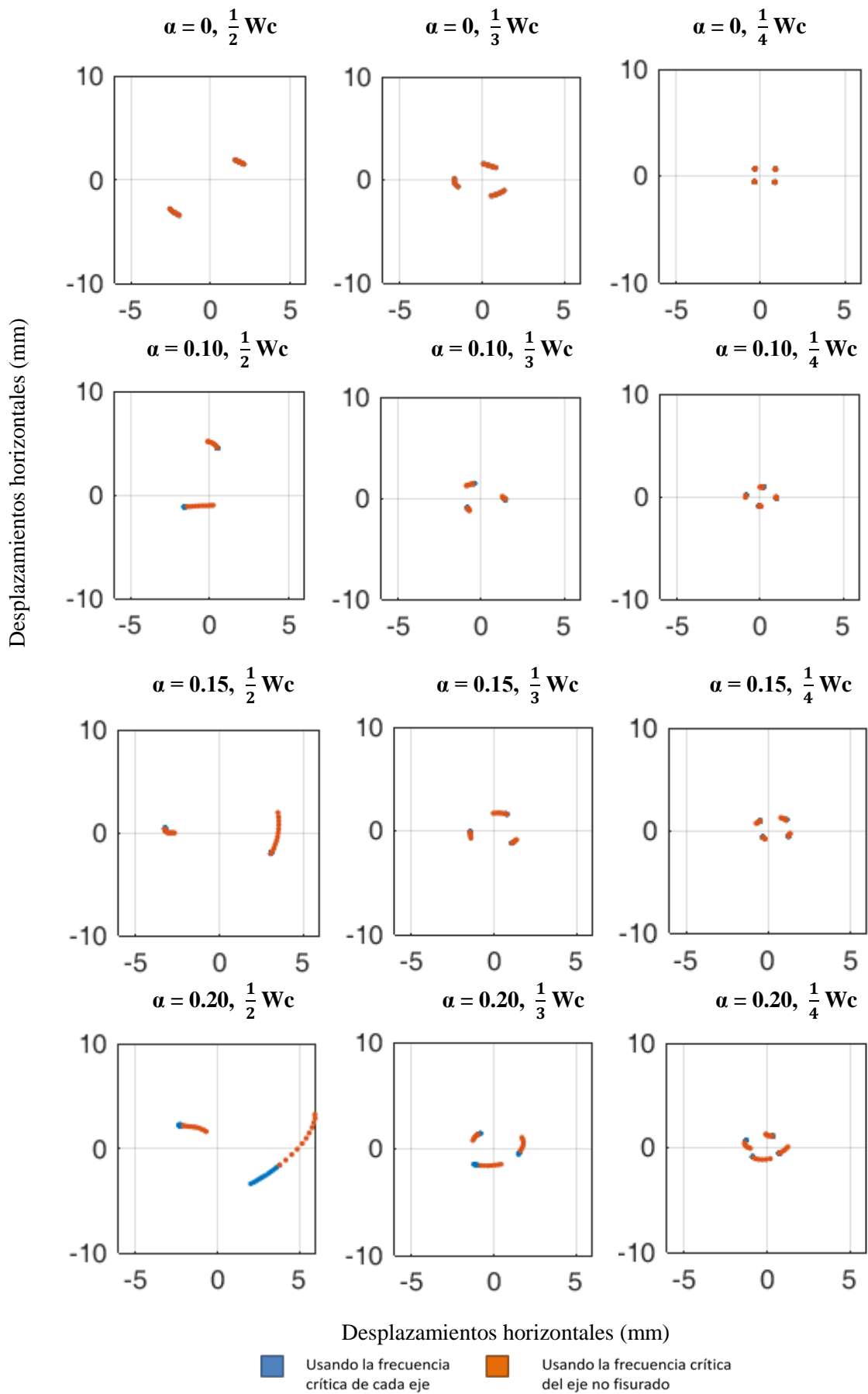


Figura 4.3: Comparaciones entre α 's y submúltiplos de Wc . Primera parte.

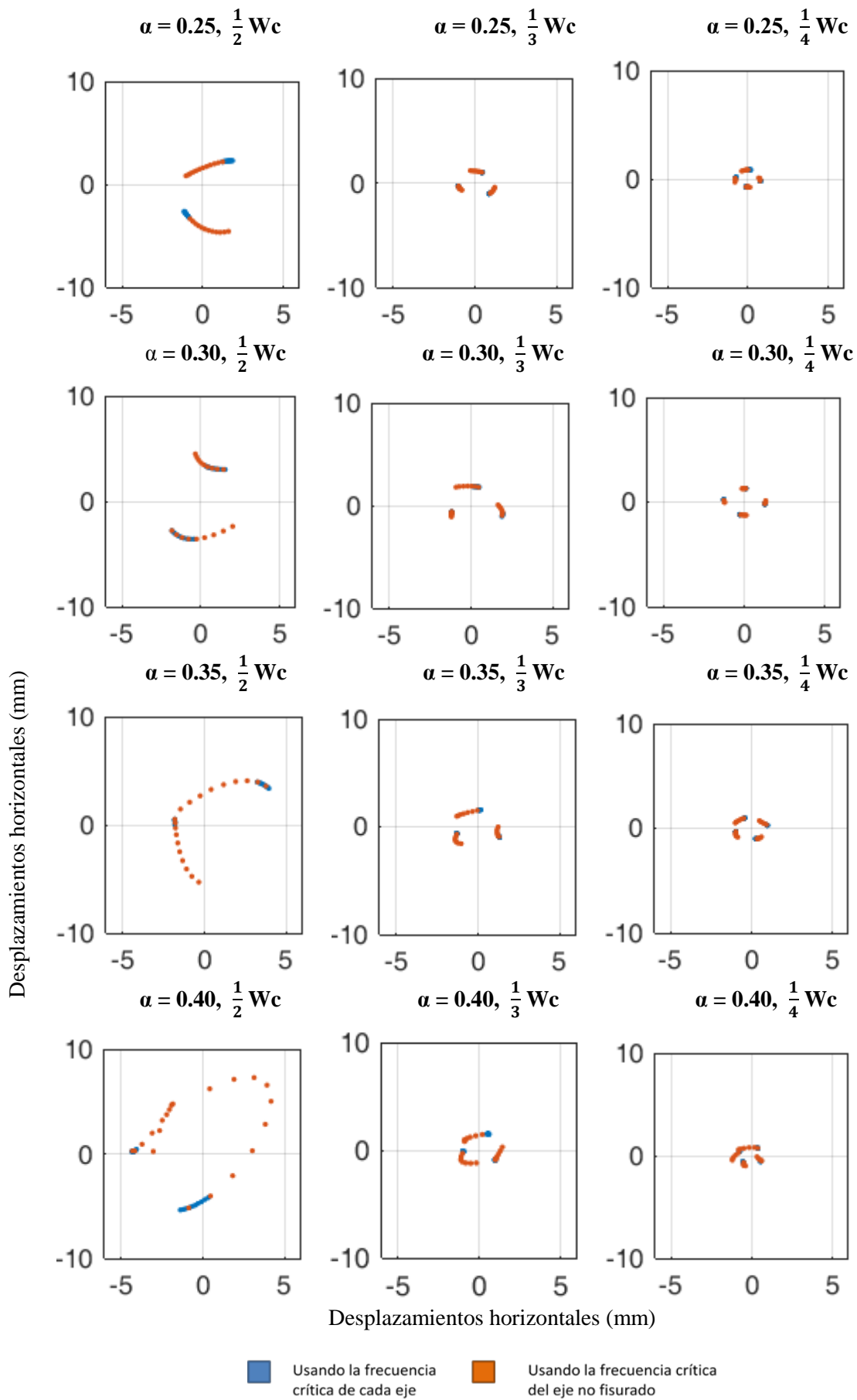


Figura 4.4: Comparaciones entre α 's y submúltiplos de Wc . Segunda parte.

El primer resultado que se observa claramente en todas las gráficas es que, independientemente del tamaño de fisura, para $\frac{1}{2}$ de la frecuencia crítica aparecen dos “puntos” (que en realidad son puntos superpuestos) o al menos dos zonas diferenciadas. Para $\frac{1}{3}$ sucede algo similar pero con tres puntos y para $\frac{1}{4}$ con cuatro. Por tanto, en un principio la obtención del Mapa de Poincaré de un eje nos podría dar información de la velocidad subcrítica a la que está trabajando el eje. Es decir, para n puntos en el Mapa la velocidad de giro es $\frac{1}{n}W_c$.

Por otro lado, centrándonos en los resultados en azul, se aprecia que para los tamaños más pequeños de fisuras en los Mapas aparecen fundamentalmente puntos. Sin embargo, a medida que aumenta el tamaño de fisura aparecen más inestabilidades, empiezan a dispersarse y forman líneas. Este efecto es especialmente notable para $\frac{1}{2}$ de la velocidad crítica y muy poco significativo para las otras dos velocidades donde apenas se nota diferencia en los Mapas al aumentar el tamaño de fisura.

Cabe destacar el caso de $\alpha = 0.25$ y $\alpha = 0.30$ donde se rompe la tendencia descrita anteriormente y los puntos en lugar de seguir dispersándose, vuelven a converger. Además, según se puede comprobar en la Tabla 4.2, a medida que aumenta α disminuye la W_c asociada excepto en esos dos casos concretos.

Debe considerarse, que estos resultados dependen de las frecuencias críticas determinadas en estudios anteriores [2] y estas a su vez estaban limitadas por la precisión. Según se comentó anteriormente, cada vez que se ensaya un eje y se pasa al siguiente, es necesario desmontarlo del banco de ensayos y montar el otro. En ese momento se vuelve a sujetar con los platos de garras pero ya no se puede garantizar que las condiciones sean exactamente las anteriores ya que por ejemplo la fuerza de sujeción no será la misma.

Así pues, una pequeña variación en la frecuencia calculada respecto a la real, puede variar considerablemente las órbitas y los Mapas de Poincaré ya que los cambios de desplazamientos en frecuencias cercanas a las de resonancia son muy bruscos.

Por otro lado, si comparamos los resultados en naranja y los otros en azul, se aprecia cómo para tamaños de fisura pequeños las diferencias entre ambos Mapas son reducidas. Sin embargo, a medida que aumenta el tamaño de la fisura inicial los resultados que se obtienen son cada vez más distintos entre sí ya que los naranjas se dispersan más. Este efecto es especialmente visible para $\frac{1}{2}$ de la frecuencia crítica. Además, llega un momento en el que el resultado que se obtiene es básicamente una sucesión de puntos que reproduce la forma de la órbita, por ejemplo para $\alpha = 0.40$.

Por tanto, se concluye que para tamaños de fisura pequeños ($\alpha = 0.10$) es poco relevante que se use la frecuencia del eje fisurado (azul) o el no fisurado (naranja). Sin embargo, para tamaños de fisura mayores los resultados en azul no aportan información

suficientemente útil para $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{4}$ de W_c ya que los resultados prácticamente no varían al aumentar el α y en $\frac{1}{2}$ son poco apreciables. Así pues, parece más conveniente usar la W_c del eje sin fisurar puesto que los cambios en los Mapas de Poincaré son apreciables al aumentar α .

4.3. Comparación para una misma frecuencia

El segundo estudio que se realizó consistió en analizar los Mapas de Poincaré para una misma frecuencia y las distintas profundidades de fisura. La razón es que en la posible aplicación real se tendrá una máquina con un rotor que supondremos gira a una velocidad constante. Por tanto, sería interesante saber si los Mapas de Poincaré pueden aportar alguna información útil. Por ejemplo, saber si la fisura está creciendo.

El procedimiento que se siguió fue obtener los Mapas para las distintas profundidades de fisura de las que se tienen datos experimentales a una velocidad constante. De este modo se podrán comparar todas y ver si existe algún cambio significativo. También es posible que el eje de esa máquina trabaje en un intervalo de velocidades de giro. Por tanto, dentro de los datos disponibles, se ha hecho la comparación de las distintas profundidades de fisura para diferentes velocidades de giro próximas a los submúltiplos de la frecuencia crítica. De este modo podrá saberse si los resultados dependen también de este parámetro y, en caso de poder elegirlo, a qué velocidad es más conveniente hacer el estudio.

Al igual que en el apartado anterior, se ha creído conveniente obtener los Mapas de Poincaré con la frecuencia del eje no fisurado (naranja) y la del fisurado (azul) ya que ambas podrían ser conocidas. De ese modo se conocerá también si es mejor usar una u otra.

4.3.1. Velocidad de giro: 360 rpm

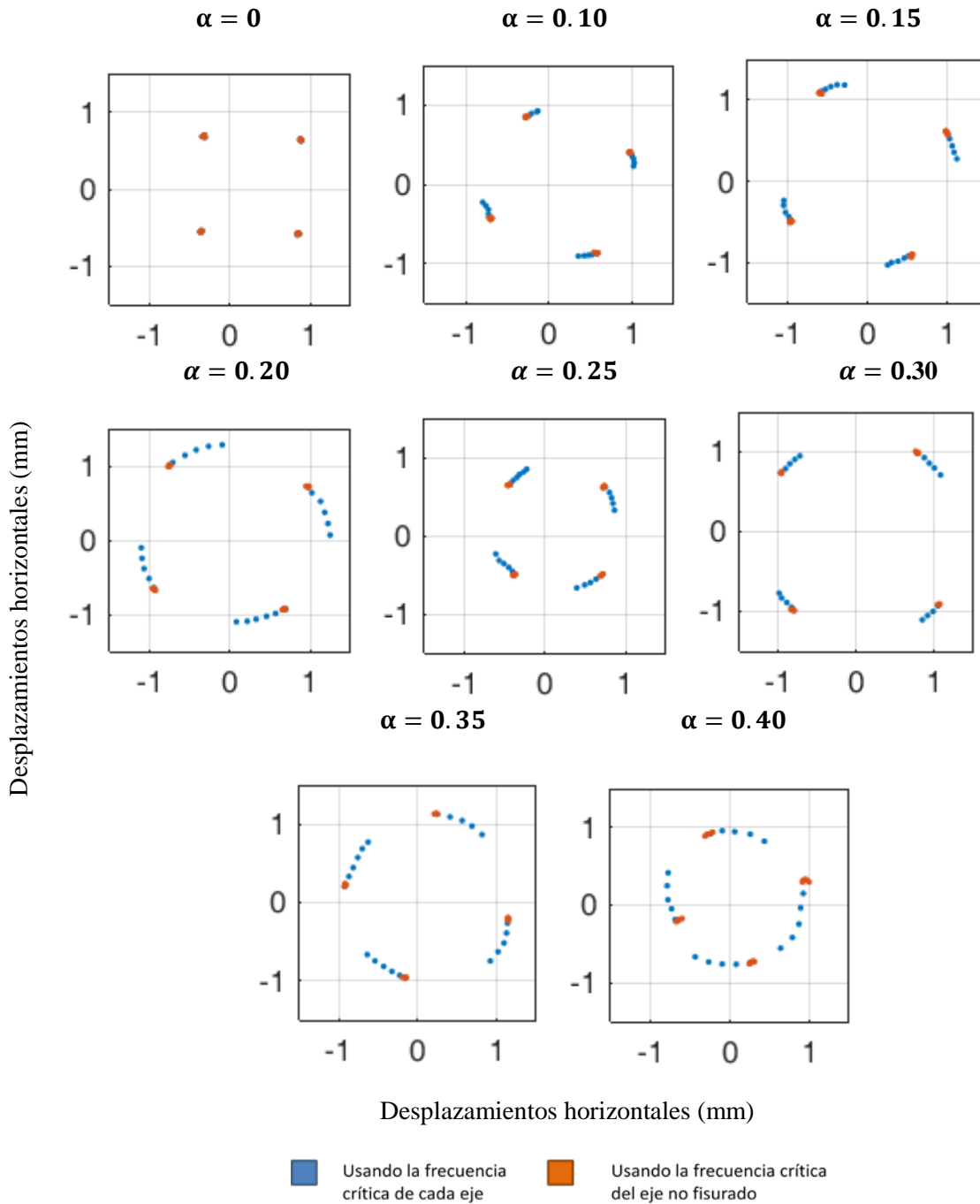


Figura 4.5: Diagramas de Poincaré. $W=360$ rpm

A la vista de los resultados de la Figura 4.5, parece claro que los Mapas de Poincaré para la frecuencia crítica del eje no fisurado a penas cambian de forma. En todos los casos son cuatro puntos, puesto que la frecuencia elegida está muy cerca del valor $\frac{1}{4}Wc$ para todos los ejes. Además ni siquiera aparece el fenómeno del apartado anterior en el que los puntos se dispersaban formando líneas a medida que aumentaba α . Lo que sí sucede es que estos puntos aparecen cada vez más separados al aumentar el

tamaño de fisura ya que las órbitas se van abriendo por las fuerzas de inercia y la pérdida de rigidez del eje.

En el caso de las frecuencias críticas del eje fisurado (azul), los resultados son algo distintos ya que los puntos se van dispersando y formando líneas hasta tomar la forma de la órbita como para $\alpha = 0.40$. Además, el diámetro medio de la curva en la que se encuentran los cuatro puntos va creciendo. Nuevamente, están las excepciones de $\alpha = 0.25$ y $\alpha = 0.30$ por las razones que ya se comentaron.

4.3.2. Velocidad de giro: 475 rpm

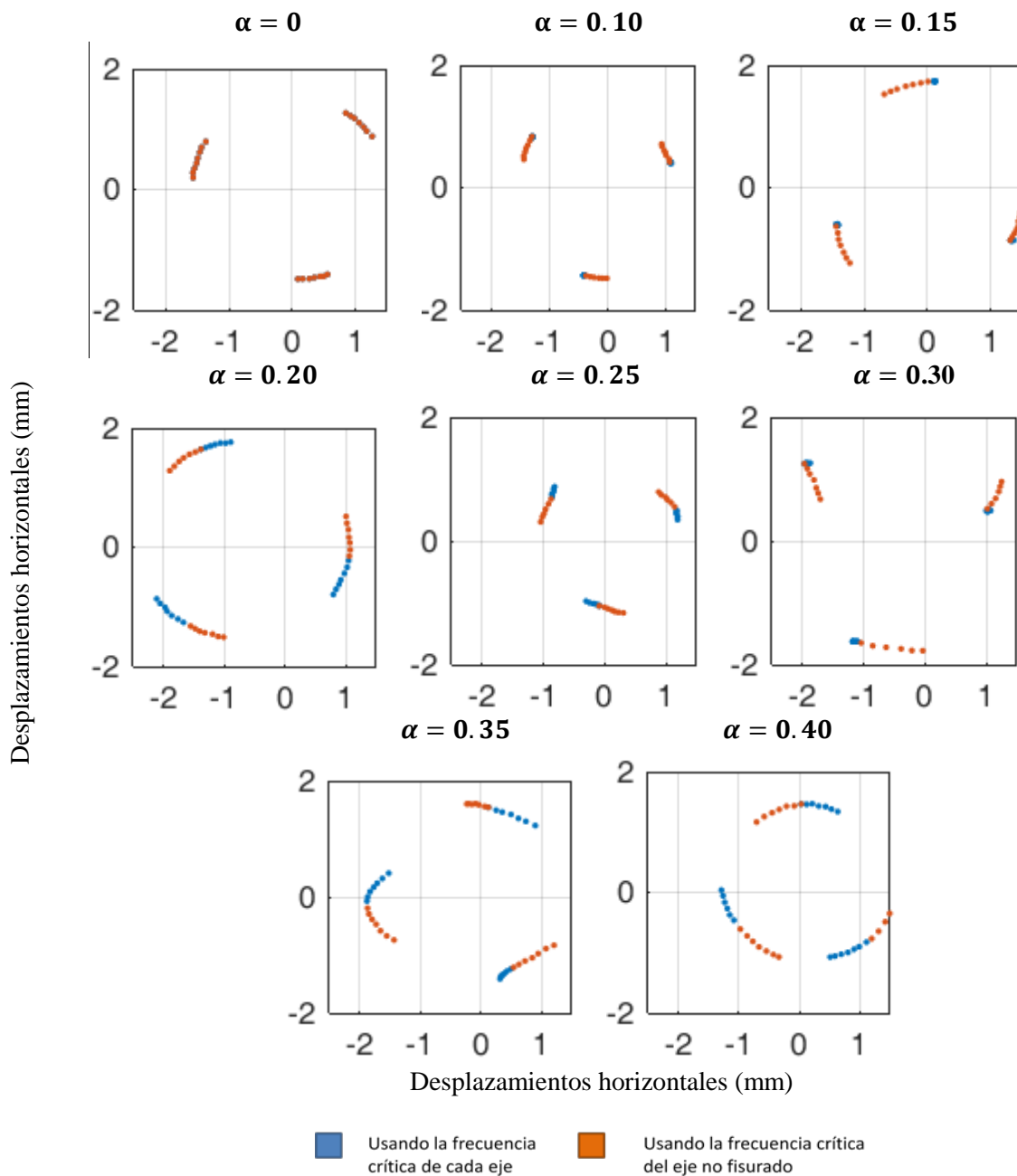


Figura 4.6: Diagramas de Poincaré. $W=475$ rpm

Para esta velocidad cercana a un tercio de las frecuencias críticas, según se puede ver en la anterior Tabla 4.2, los resultados de la Figura 4.6 difieren de los obtenidos para 360 rpm. En este caso si se usa la frecuencia de eje no fisurado (en naranja) se aprecia cómo se sigue la tendencia que se ha comentado en apartados anteriores. Según aumenta la fisura inicial del eje los puntos del Mapa se dispersan cada vez más como consecuencia de las inestabilidades que se producen.

A parte de las excepciones en $\alpha = 0.25$ y $\alpha = 0.30$, cabe destacar que si nos fijamos en algunos resultados concretos no se cumplen los comportamientos esperados. Por ejemplo, para $\alpha = 0.10$ los puntos convergen a los 3 puntos principales lo cual se contradice con los resultados de las secciones anteriores. Una posible causa es que todos los valores de $\frac{1}{3}Wc$ varían en un rango muy estrecho y próximo a los 475 rpm de la comparación. Concretamente, para $\alpha = 0.10$ el valor de $\frac{1}{3}Wc$ es de 476 rpm por lo que se encuentra prácticamente en la velocidad subcrítica. Sin embargo, para $\alpha = 0.15$ el valor de $\frac{1}{3}Wc$ es de 474 rpm que está igual se próxima a los 475rpm pero no hay convergencia de los puntos. La explicación es, según se mencionó antes, que los resultados varían bruscamente con la frecuencia y esta a su vez está limitada por la precisión en la obtención de datos.

Por tanto, estos resultados inesperados pueden deberse a que la velocidad estudiada en este caso está más cercana a algunas velocidades críticas que a otras. Por eso, aunque aumente el tamaño de fisura pueden aparecer resultados más estables si los 475 rpm están más alejados de esta frecuencia de resonancia que de la anterior.

Por otro lado, se observa como para las profundidades de fisura más pequeñas los resultados con la frecuencia crítica de eje no fisurado refleja más rápidamente los cambios. Sin embargo, para las profundidades mayores los resultados son prácticamente los mismos.

4.3.3. Velocidad de giro: 710 rpm

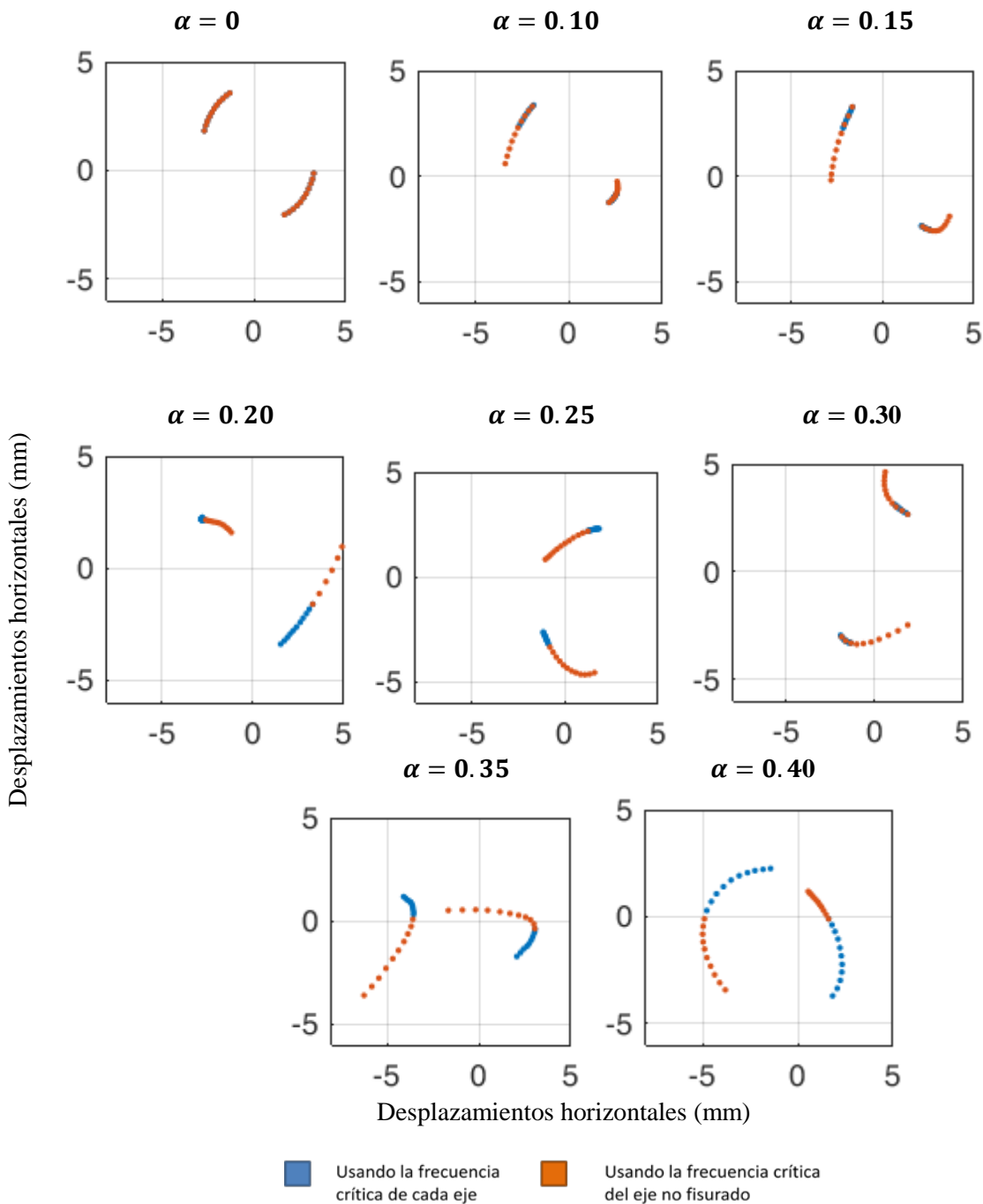


Figura 4.7: Diagramas de Poincaré. W=710 rpm

Finalmente, para esta velocidad de giro más alta se obtienen los resultados de la Figura 4.7 en línea con lo anterior. Lo más destacable es que el hecho de que aumentar la velocidad de giro afecta a la estabilidad del eje y por ello el diámetro medio de los puntos aumenta según muestra la escala. Además, según aumenta el tamaño de fisura

los puntos se dispersan, especialmente los calculados con la frecuencia crítica del eje intacto.

Lo más destacable de estos resultados es el cambio brusco que se produce en el Mapa de Poincaré para $\alpha = 0.25$. Volviendo a la Tabla 4.2 se evidencia que justo para este tamaño de fisura la velocidad de giro coincide con su $\frac{1}{2}W_c$. Por tanto, el cambio repentino que se ha producido sería consecuencia del efecto de resonancia que al ser un fenómeno brusco y puntual desaparece para el siguiente tamaño de fisura. Cabe destacar que aunque la tabla mencionada muestra que para $\alpha = 0.20$ también estamos en $\frac{1}{2}W_c$, existe una limitación por la precisión de los datos de frecuencia críticas usados. Es decir, según los resultados el $\frac{1}{2}W_c$ de $\alpha = 0.25$ será un valor mucho más cercano a 710 rpm que para $\alpha = 0.20$.

De estos resultados podemos deducir que efectivamente los Mapas de Poincaré dan indicios de la propagación de la fisura pero no se ven cambios muy notables a simple vista hasta tamaños considerables como $\alpha = 0.35$ o $\alpha = 0.4$.

4.4. Transiciones por los múltiplos de frecuencias críticas

En este apartado se continuará con el estudio de los Mapas de Poincaré en ejes fisurados. En este caso, se pretende ir un paso más allá de los apartados anteriores y determinar si estos diagramas permiten identificar las subfrecuencias críticas. Para ellos se obtendrán los Mapas para esas velocidades (recuadrados), las cuatro anteriores y las cuatro posteriores, a intervalos de 1rpm, para distintos tamaños de fisura con los datos disponibles.

Este procedimiento se ha realizado para todos los α disponibles, es decir, desde 0 hasta 0.40. Sin embargo, y ya que los resultados son equivalentes, solo se muestran aquellos correspondientes a $\alpha = 0$, 0.20 y 0.40.

4.4.1. Tamaño de fisura: $\alpha = 0$

4.4.1.1. $\alpha = 0$, Velocidad de giro: $\frac{1}{2} W_c = 728 \text{ rpm}$

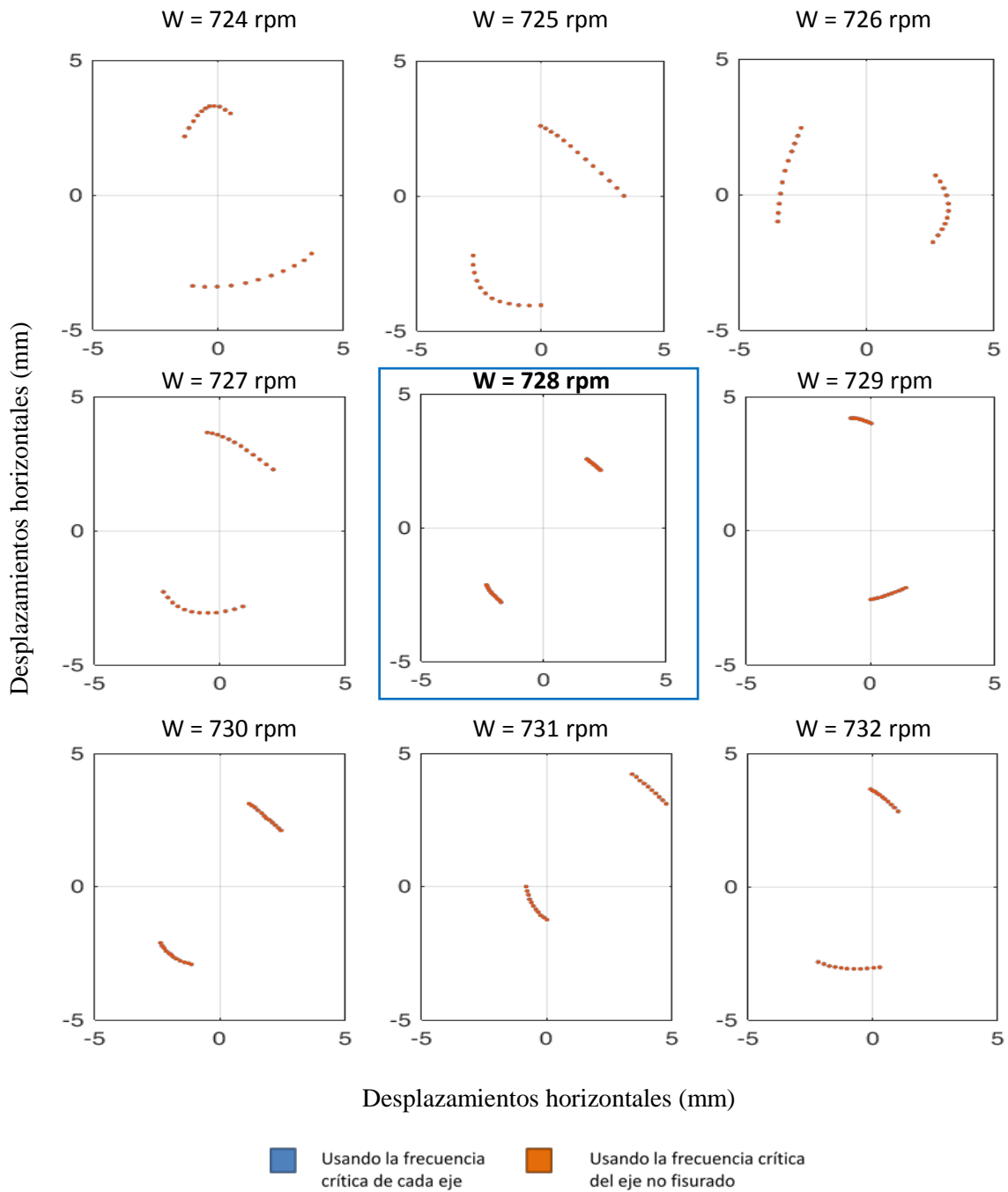


Figura 4.8 $\alpha = 0$, Velocidad de giro: $1/2 W_c = 728 \text{ rpm}$

4.4.1.2. $\alpha = 0$, Velocidad de giro: $\frac{1}{3} W_c = 485 \text{ rpm}$

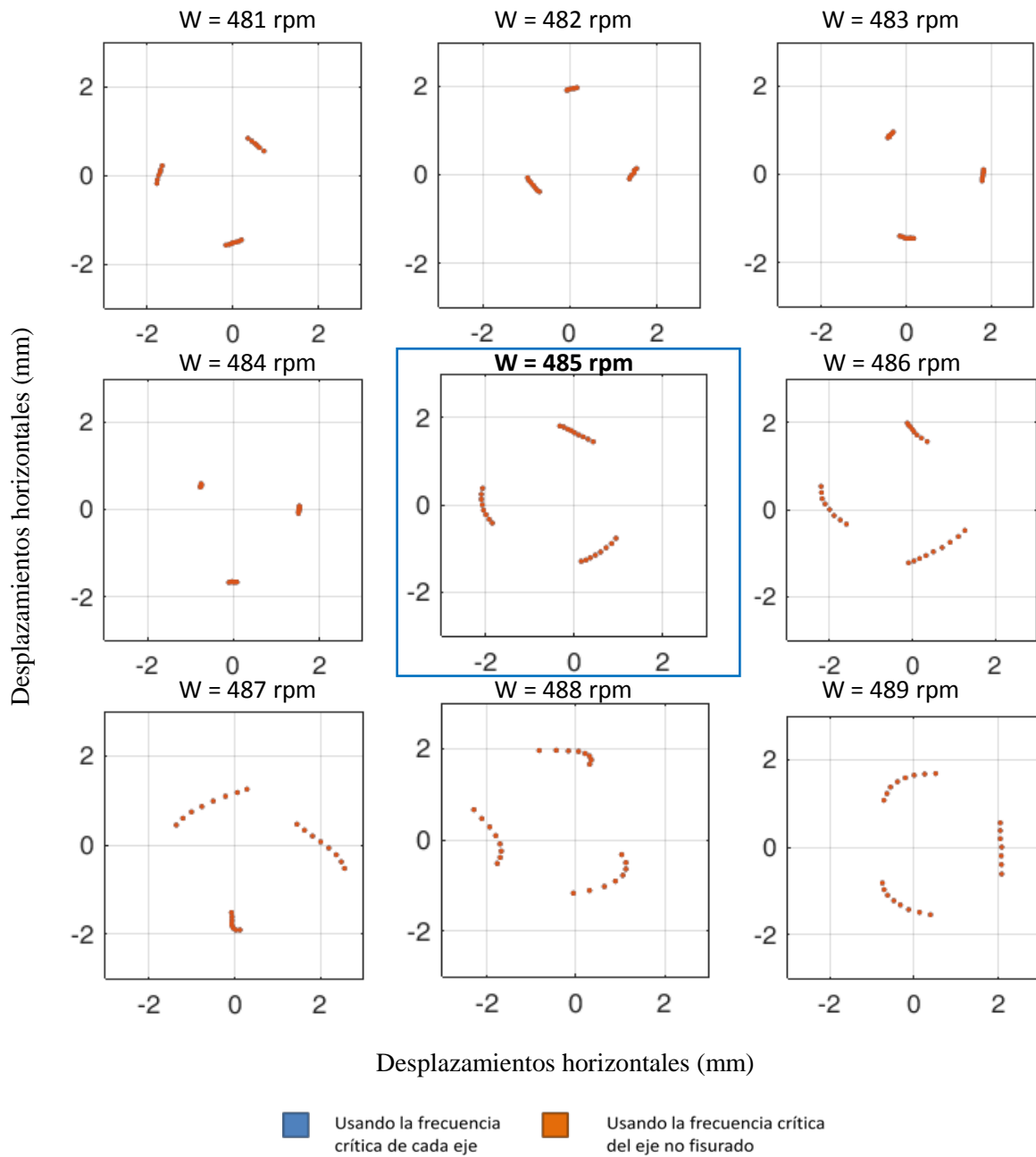


Figura 4.9 $\alpha = 0$, Velocidad de giro: $\frac{1}{3} W_c = 485 \text{ rpm}$

4.4.1.3. $\alpha = 0$, Velocidad de giro: $\frac{1}{4} W_c = 360$ rpm

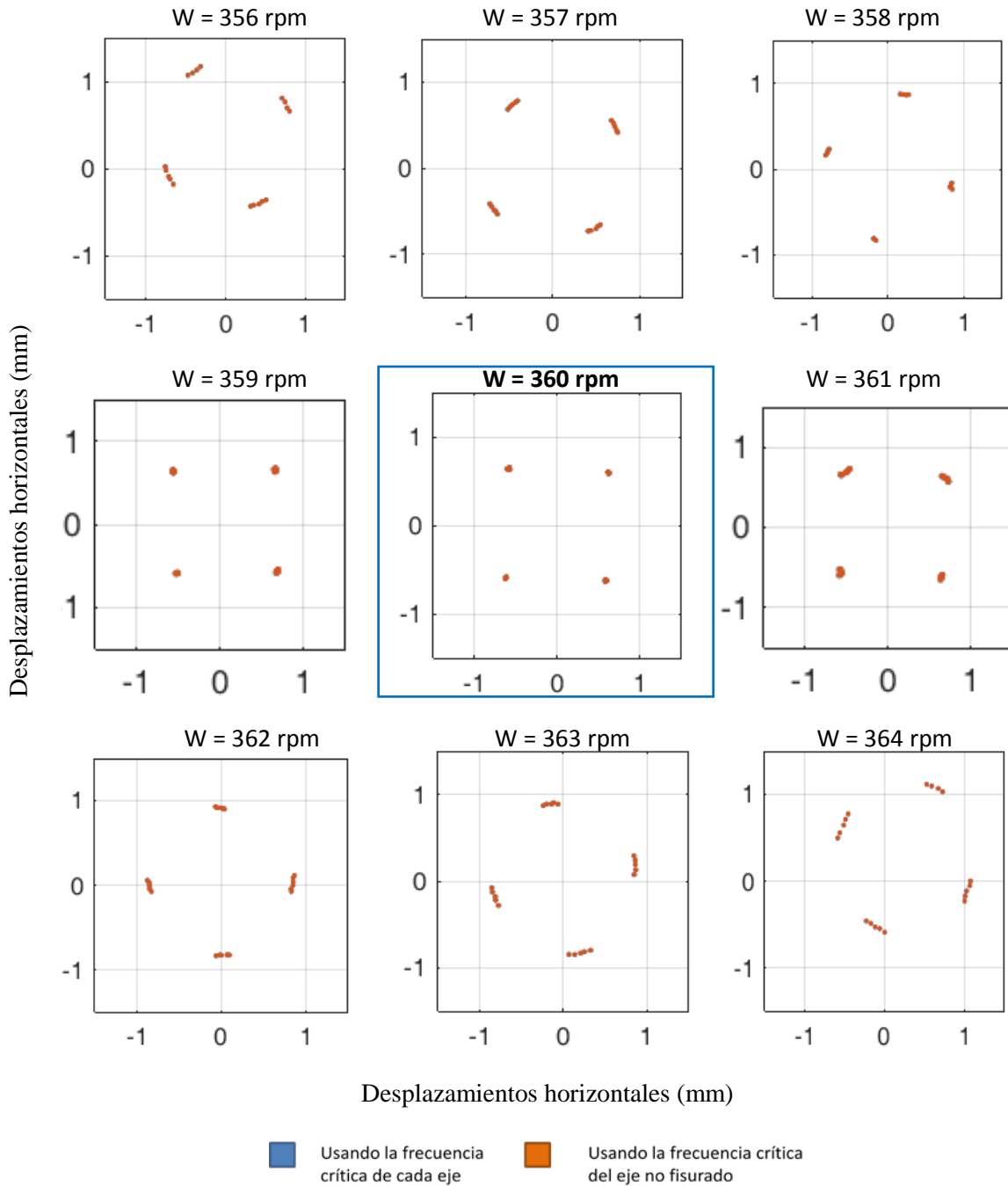


Figura 4.10 $\alpha = 0$, Velocidad de giro: $\frac{1}{4} W_c = 360$ rpm

Según se aprecia en la Figura 4.8, Figura 4.9 y Figura 4.10, los puntos de los Mapas de Poincaré van convergiendo hasta llegar a la velocidad crítica y a partir de ahí vuelven a divergir. Por tanto, se produce un punto de inflexión en las velocidades de interés. Además en $\frac{1}{2} W_c$ y $\frac{1}{4} W_c$ las velocidades que se pueden determinar por este método son las mismas que las halladas mediante la FFT. La excepción es para $\frac{1}{3} W_c$ que por este método tendría un valor de 484 rpm en lugar de 485 rpm. En cualquier caso las diferencias son mínimas.

4.4.2. Tamaño de fisura: $\alpha = 0.20$

4.4.2.1. $\alpha = 0.20$, Velocidad de giro: $\frac{1}{2} W_c = 710$ rpm

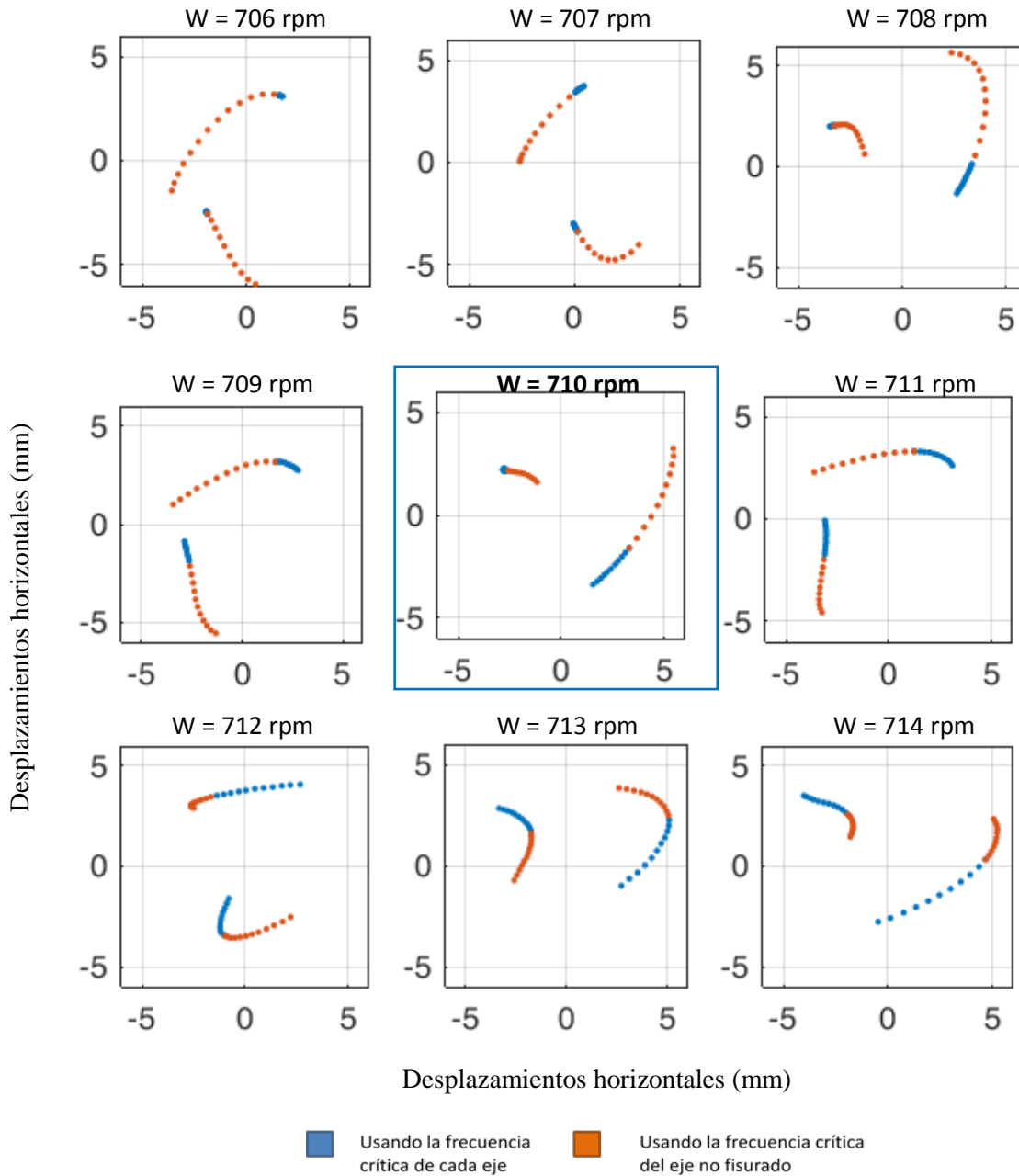


Figura 4.11 $\alpha = 0.20$, Velocidad de giro: $\frac{1}{2} W_c = 710$ rpm

La Figura 4.11 es un ejemplo de los casos en los que resulta complicado determinar las subfrecuencias críticas mediante los Mapas de Poincaré. Lo esperado sería encontrar un cambio brusco al pasar por $W = 710$ rpm o un valor cercano. Sin embargo, en $W = 706$ rpm parece que han convergido los puntos pero luego se dispersan y vuelven a convergen. Este comportamiento dista de las transiciones claras vistas anteriormente para $\alpha = 0$.

4.4.2.2. $\alpha = 0.20$, Velocidad de giro: $\frac{1}{3} W_c = 472$ rpm

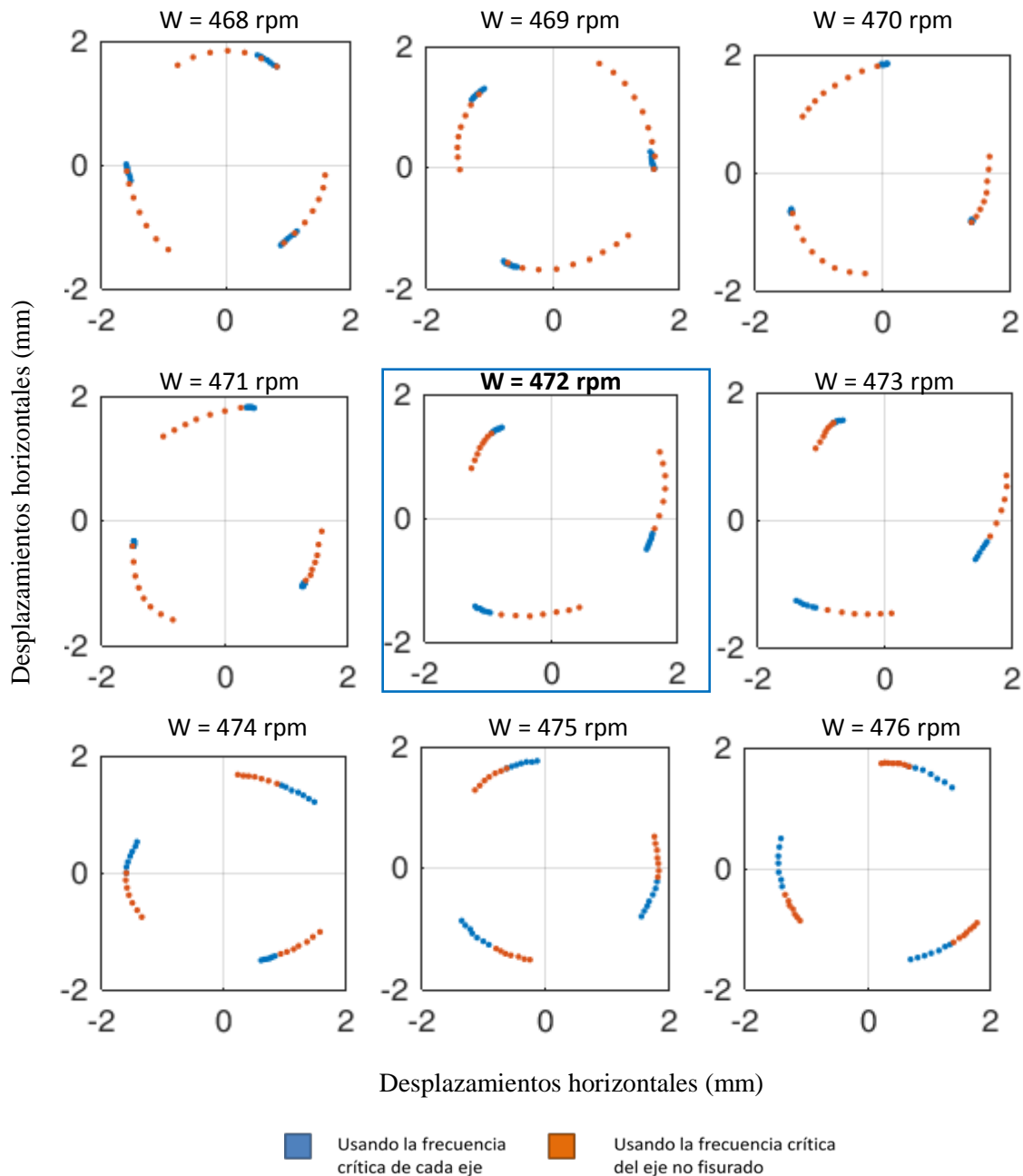


Figura 4.12 $\alpha = 0.20$, Velocidad de giro: $\frac{1}{3} W_c = 472$ rpm

En este caso se vuelve a apreciar cómo en la Figura 4.12 los puntos convergen y luego divergen al pasar por el submúltiplo de la frecuencia crítica, en este caso para $W = 471$ rpm, 1 rpm menos de lo calculado con la FFT.

Sin embargo, lo más destacable de este caso es que los Mapas en naranja no convergen hasta llegar a 476 rpm. Volviendo a la Tabla 4.2 se comprueba que ese es el valor de $\frac{1}{3} W_c$ para $\alpha = 0$. Por tanto, parece que no es conveniente usar la frecuencia del eje no fisurado ya que ambas velocidades subcríticas están muy próximas entre sí.

4.4.2.3. $\alpha = 0.20$, Velocidad de giro: $\frac{1}{4} W_c = 353 \text{ rpm}$

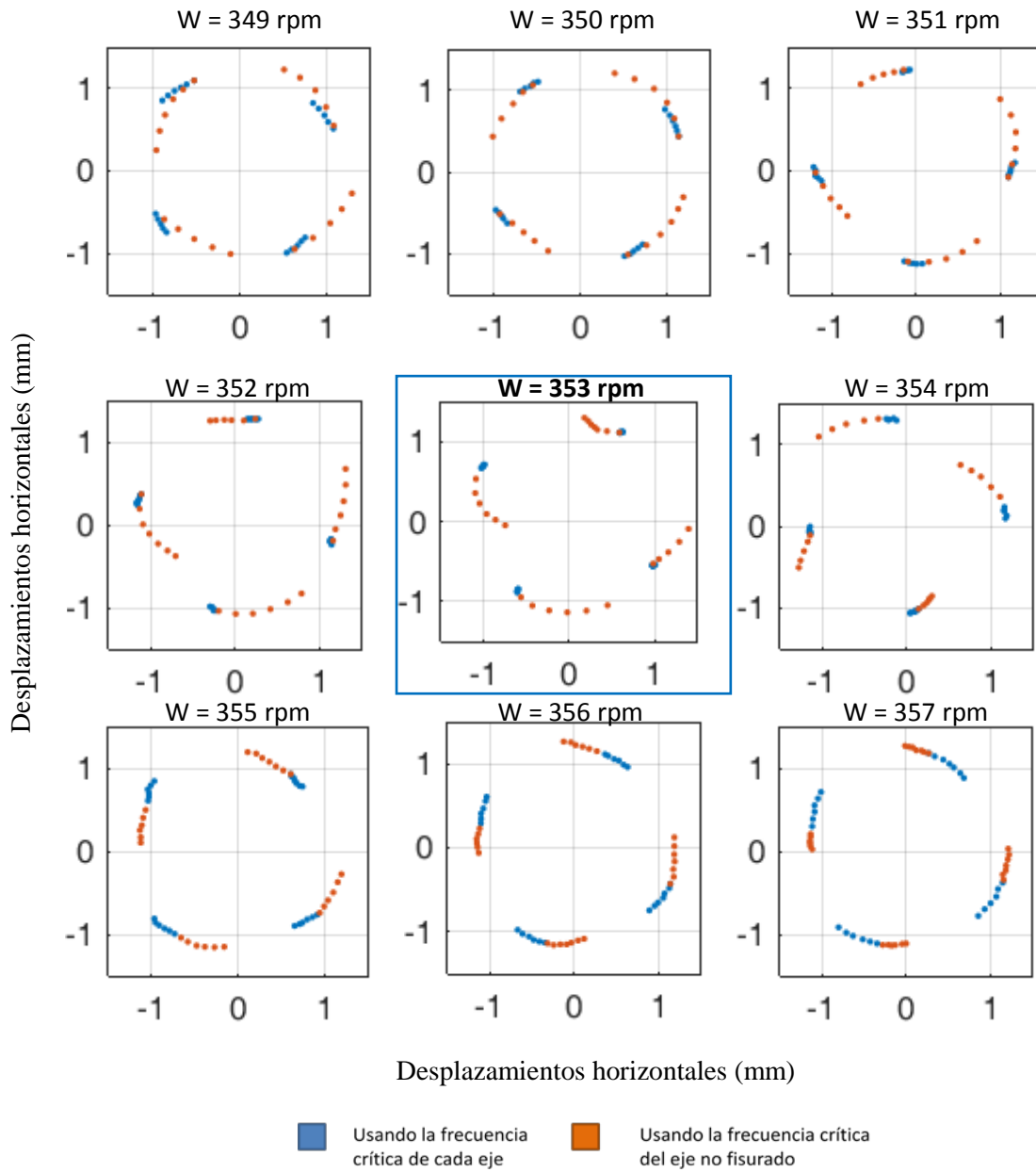


Figura 4.13 $\alpha = 0.20$, Velocidad de giro: $\frac{1}{4} W_c = 353 \text{ rpm}$

Los resultados de la Figura 4.13 son más similares a los de $\alpha = 0$ ya que se aprecia la convergencia y divergencia ya mencionada. En general, estas transiciones se han comprobado que son más claras en el submúltiplo de $\frac{1}{4} W_c$ ya que las inestabilidades son menores y resulta más fiable la toma de datos.

4.4.3. Tamaño de fisura: $\alpha = 0.40$

4.4.3.1. $\alpha = 0.40$, Velocidad de giro: $\frac{1}{2} W_c = 694$ rpm

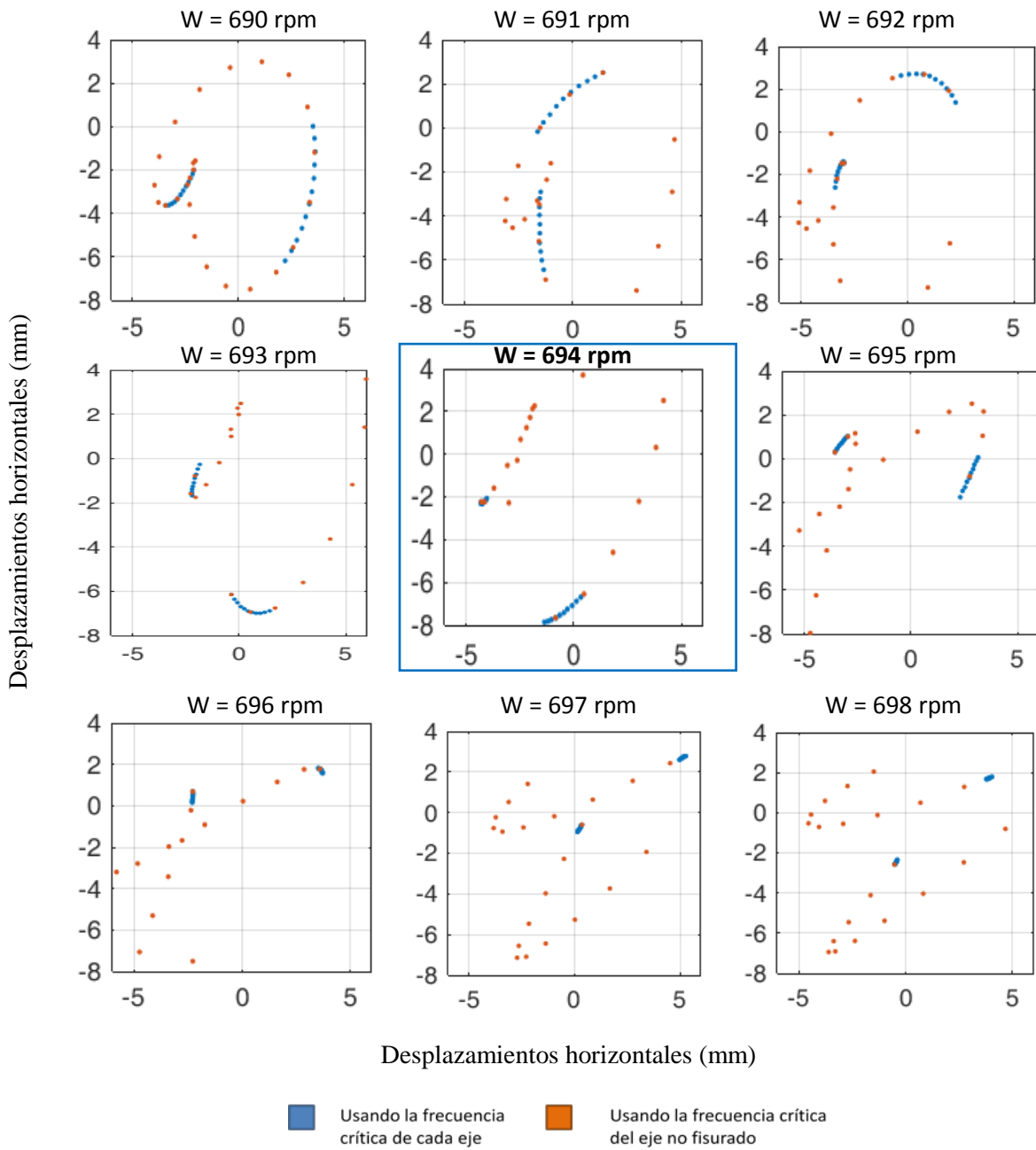


Figura 4.14 $\alpha = 0.40$, Velocidad de giro: $\frac{1}{2} W_c = 694$ rpm

Nuevamente, para $\frac{1}{2} W_c$ los resultados de la Figura 4.14 no son concluyentes ya que en este caso los Mapas son muy similares en $W = 696, 697$ y 698 rpm. Debe tenerse en cuenta que para $\frac{1}{2} W_c$ se trabaja a las velocidades más altas y las inestabilidades son mucho mayores según se comprobó en el banco de ensayos.

4.4.3.2. $\alpha = 0.40$, Velocidad de giro: $\frac{1}{3} W_c = 466 \text{ rpm}$

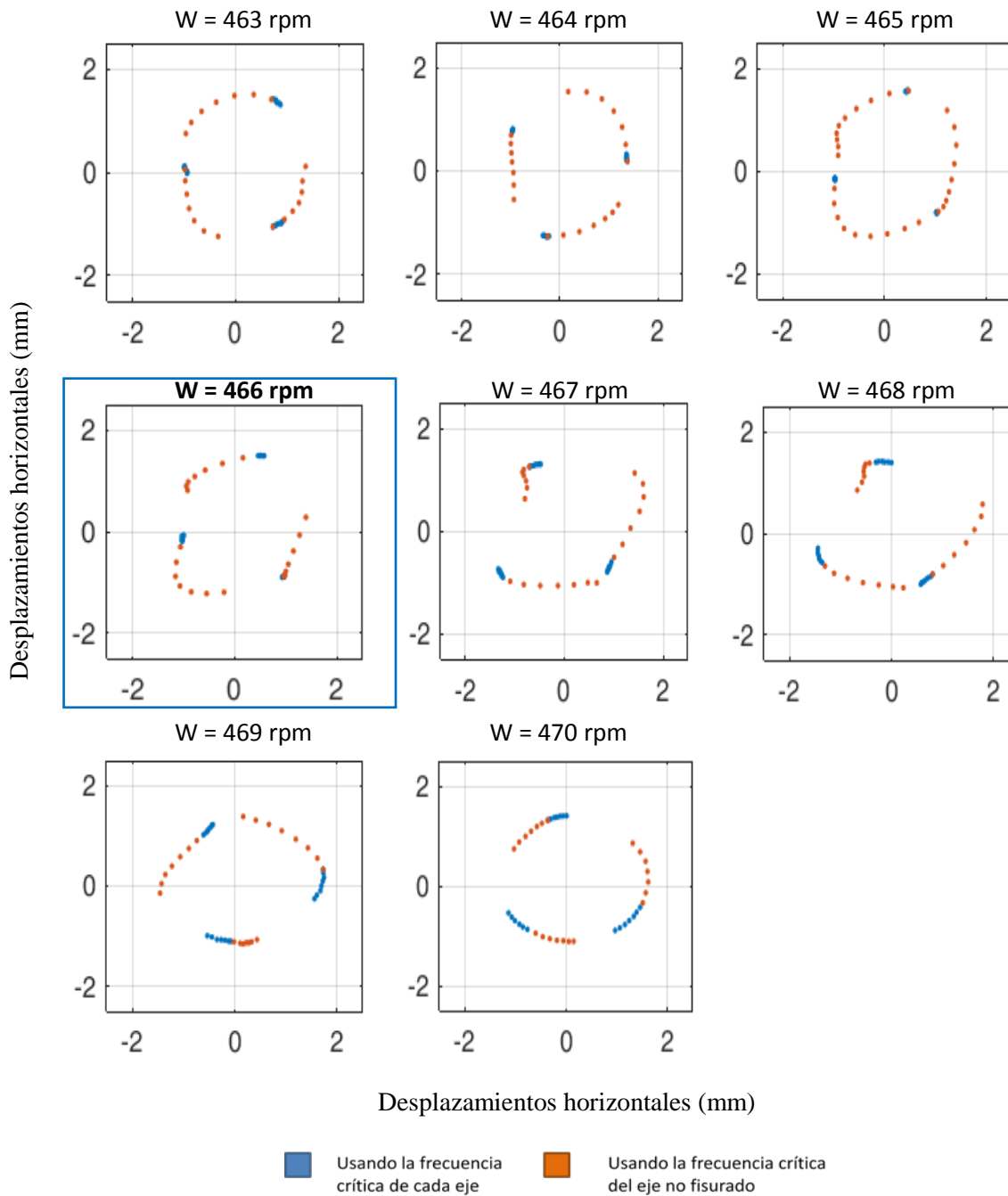
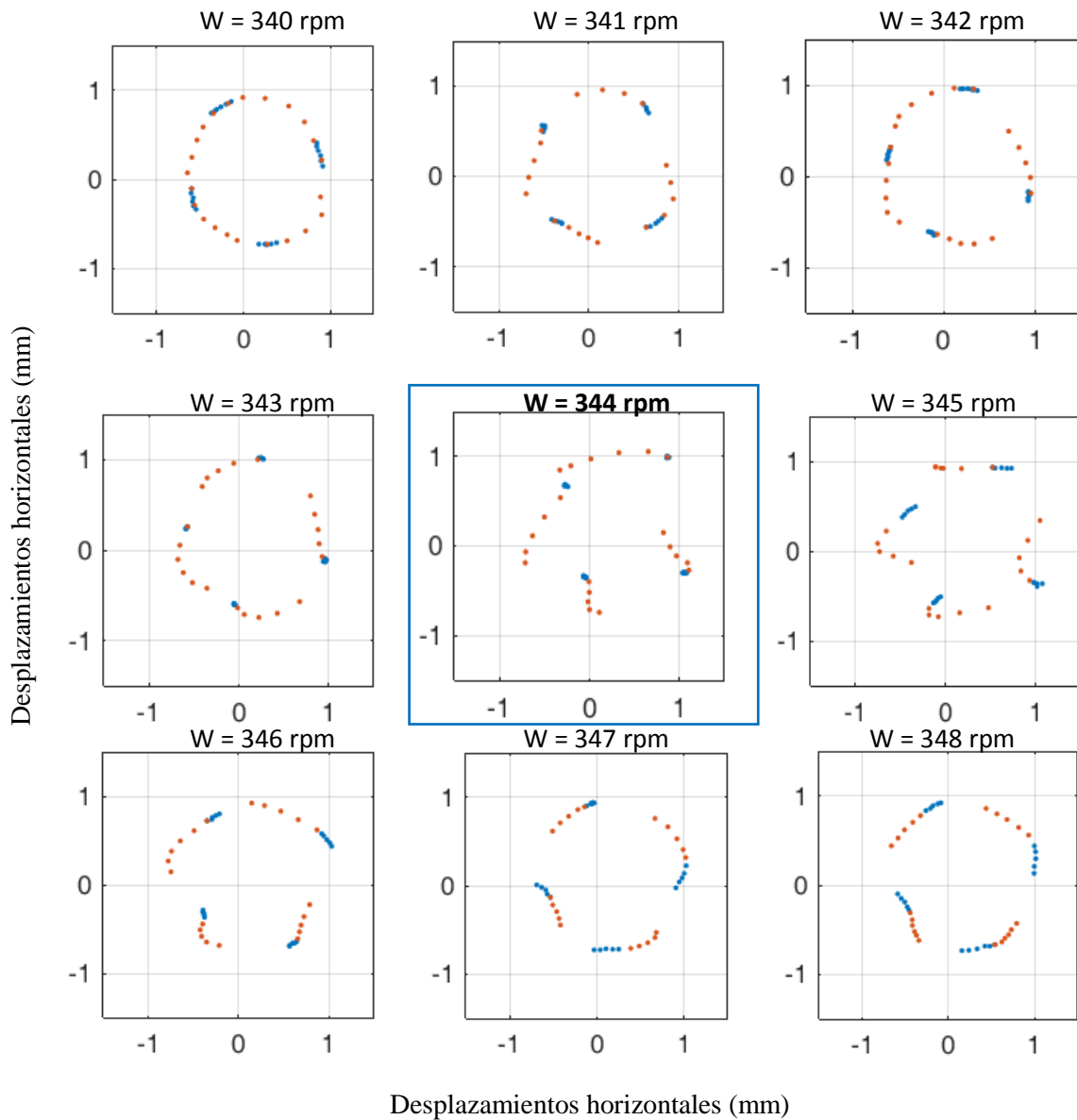


Figura 4.15 $\alpha = 0.40$, Velocidad de giro: $\frac{1}{3} W_c = 466 \text{ rpm}$

Según se aprecia en la Figura 4.15, los puntos nuevamente convergen y después vuelven a divergir. Sin embargo, las diferencias son mucho más sutiles que en el eje intacto y resulta complicado determinar un valor exacto para $\frac{1}{3} w_c$ podría ser desde 464 a 466 rpm.

4.4.3.3. $\alpha = 0.40$, Velocidad de giro: $\frac{1}{4} W_c = 344 \text{ rpm}$



■ Usando la frecuencia crítica de cada eje ■ Usando la frecuencia crítica del eje no fisurado

Figura 4.16 $\alpha = 0.40$, Velocidad de giro: $\frac{1}{4} W_c = 344 \text{ rpm}$

De nuevo, los cambios en la Figura 4.16 son sutiles, pero como se vio para $\alpha = 0.20$, se aprecian de forma más clara que para $\frac{1}{2} W_c$ y $\frac{1}{3} W_c$.

4.4.4. Comparación con las $1/n W_c$ calculadas con FFT

Tabla 4.3 COMPARACIÓN DE SUBFRECUENCIAS CRÍTICAS CON FFT Y MAPAS DE POINCARÉ

| α | $\frac{1}{2} W_c$ (rpm) FFT | $\frac{1}{2} W_c$ (rpm) Poincaré | Dif. | $\frac{1}{3} W_c$ (rpm) FFT | $\frac{1}{3} W_c$ (rpm) Poincaré | Dif. | $\frac{1}{4} W_c$ (rpm) FFT | $\frac{1}{4} W_c$ (rpm) Poincaré | Dif. |
|-------------|--------------------------------|-------------------------------------|----------|--------------------------------|-------------------------------------|-------------|--------------------------------|-------------------------------------|-------------|
| 0.00 | 728 | 728 | 0 | 485 | 484 | 1 | 360 | 360 | 0 |
| 0.10 | 714 | 714 | 0 | 476 | 476-475 | -0.5 | 357 | 357 | 0 |
| 0.15 | 712 | 712 | 0 | 474 | 475 | -1 | 356 | 356 | 0 |
| 0.20 | 710 | - | - | 472 | 471-470 | 1.5 | 353 | 353 | 0 |
| 0.25 | 710 | 709 | 1 | 472 | 473 | -1 | 355 | 354 | 1 |
| 0.30 | 707 | - | - | 473 | 474-475 | -1.5 | 356 | 356 | 0 |
| 0.35 | 703 | - | - | 471 | 471-470 | 0.5 | 353 | 353-354 | -0.5 |
| 0.40 | 694 | - | - | 466 | 466 | 0 | 349 | 349 | 0 |

Según se ha visto anteriormente, parece que los resultados experimentales apuntan a que los Mapas de Poincaré pueden ser de utilidad para determinar las frecuencias subcríticas. Así pues, en la Tabla 4.3 se han comparado los resultados obtenidos por este método con los calculados anteriormente con la FFT [2].

Como se puede apreciar, las diferencias de los valores obtenidos por ambos métodos son muy reducidas e incluso nulas. En el caso de los Mapas de Poincaré, hay ocasiones en que el paso por la transición no se ve claramente. Por ejemplo, para $\alpha = 0.20$, cuando pasa por $\frac{1}{3} W_c$, los puntos convergen pero las diferencias son muy sutiles entre $W = 470$ rpm y $W = 471$ rpm. Eso podría indicar, que según los Mapas, ese submúltiplo de la frecuencia crítica se encuentra en un valor intermedio.

Por otra parte, las diferencias entre los resultados de la FFT y los Mapas de Poincaré también pueden ser debidos a que el valor real se encuentra en un valor intermedio. Por tanto, de nuevo se comprueba que la precisión en la obtención y procesado de datos es crítica ya que la sensibilidad en los resultados es considerable.

Por último, cabe destacar los otros casos de $\frac{1}{2} W_c$ para $\alpha = 0.30, 0.35$ y 0.40 . En estos α 's los Mapas de Poincaré no aportan información suficiente ya que pasan por las subfrecuencias críticas determinadas por la FFT sin mostrar claramente el proceso de converger y divergir como se aprecia en el resto de los casos. Debe tenerse en cuenta que se trata de las fisuras más grandes a las velocidades más altas. Por ello, las inestabilidades son mucho mayores al igual que las variaciones en los resultados.

CAPÍTULO 5

CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

5.1. Conclusiones

De la aplicación de los Mapas de Poincaré al estudio de un eje fisurado se han extraído las siguientes conclusiones:

- El número de puntos, o zonas, en estos diagramas son indicativos del submúltiplo de la velocidad crítica a la que está girando el eje. Concretamente, se ha observado que **hay n puntos en $\frac{1}{n}W_c$** para $n = 2, 3, 4$.
- Se ha encontrado una tendencia de dispersión en los puntos de los Mapas a medida que aumenta la profundidad de fisura de tal modo que **hay indicios de que estos diagramas permitirían identificar esa propagación**.
- Para poder hacer un buen uso de los diagramas de Poicaré es fundamental haber calculado con **precisión** las velocidades críticas puesto que **los resultados varían bruscamente** alrededor de esos valores.
- Se ha determinado que para que los Mapas de Poincaré puedan ser de utilidad es necesario **usar como frecuencia crítica la del eje no fisurado cuando se comparan distintas α 's y $\frac{1}{n}w_c$** . En caso de usar el valor correspondiente al eje fisurado los Mapas a penas sufren cambios con la propagación de la fisura.
- Los resultados obtenidos muestran que **el estudio para una velocidad constante no son convenientes cuando su valor es muy cercano a los de las velocidades subcríticas** ya que en esa región se producen cambios bruscos de los desplazamientos debido a la resonancia.
- En cuanto a las **transiciones** por las subfrecuencias críticas parece claro que **no es conveniente usar la velocidad de giro del eje no fisurado** ya que variando unas pocas rpm desde la $\frac{1}{n}W_c$ de eje fisurado se puede llegar a la misma del no fisurado mostrando síntomas de resonancia cuando realmente no la hay.

- A la vista de los resultados obtenidos, **los Mapas de Poincaré parecen una posible alternativa a la FFT para el cálculo de las velocidades subcríticas**, especialmente en ejes no fisurados, ya que los resultados son muy similares.

5.2.Trabajos futuros y mejoras propuestas

Después de desarrollar este proyecto se proponen las siguientes mejoras y líneas de investigación futuras:

- Ampliar el estudio analizando el efecto de la excentricidad en otras posiciones angulares.
- Obtener datos experimentales para poder comparar los Mapas de Poincaré a velocidades lejanas de las subcríticas.
- Realizar otro estudio a velocidad constante con un valor lejano de las subcríticas. Además, se debería usar un único eje, conseguir que la fisura se propague, poder determinar su profundidad y poder obtener los Mapas de Poincaré a la vez. De esa forma se garantizaría unas condiciones más constantes que cambiando entre ejes ya fisurados.
- Introducir alguna medida cuantitativa para medir la dispersión de los puntos y los diámetros medios en los Mapas de Poincaré.
- Continuar analizando los Mapas en las transiciones por las subfrecuencias críticas para más valores de α .
- Estudiar el efecto de tratamientos superficiales o térmicos contra fatiga.
- Integrar los diagramas de Poincaré en los gráficos que muestra el equipo experimental del laboratorio. De este modo se podrán analizar en un amplio barrido de velocidades igual que se hace con las órbitas. Así pues, no se limitarán a los valores calculados con la FFT.
- Reconfigurar el software del equipo experimental del laboratorio para que permita obtener los desplazamientos filtrados tanto de la componente X como de la Y.

CAPÍTULO 6

PLANIFICACIÓN Y PRESUPUESTO

6.1.Planificación

Para la elaboración de este proyecto se han realizado una serie de tareas cuya duración total se especifica en la Tabla 6.1 así como en número de días en los que se han distribuido dichas horas.

Tabla 6.1: DURACIÓN DE LAS TAREAS

| TAREAS | HORAS | DÍAS |
|---------------------------|------------|------|
| Propuesta del proyecto | 2 | 1 |
| Búsqueda de bibliografía | 20 | 14 |
| Diseño del código | 25 | 21 |
| Obtención de resultados 1 | 35 | 14 |
| Análisis de resultados 1 | 20 | 14 |
| Mejoras y correcciones | 15 | 7 |
| Obtención de resultados 2 | 40 | 21 |
| Análisis de resultados 2 | 20 | 21 |
| Redacción de la memoria | 95 | 98 |
| TOTAL | 272 | |

Por otra parte, en la Tabla 6.2 se muestra el diagrama de Gantt del proyecto indicando aproximadamente como se han distribuido los días indicados anteriormente.

Tabla 6.2: DIAGRAMA DE GANTT

| TAREAS | ENERO | | | | FEBRERO | | | | MARZO | | | | ABRIL | | | | MAYO | | | |
|---------------------------|-------|---|---|---|---------|---|---|---|-------|---|---|---|-------|---|---|---|------|---|--|--|
| Propuesta del proyecto | ■ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Búsqueda de bibliografía | | ■ | ■ | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Diseño del código | | | ■ | ■ | ■ | | | | | | | | | | | | | | | |
| Obtención de resultados 1 | | | | | | ■ | ■ | | | | | | | | | | | | | |
| Análisis de resultados 1 | | | | | | | | ■ | ■ | | | | | | | | | | | |
| Mejoras y correcciones | | | | | | | | | ■ | | | | | | | | | | | |
| Obtención de resultados 2 | | | | | | | | | | ■ | ■ | ■ | | | | | | | | |
| Análisis de resultados 2 | | | | | | | | | | | | | ■ | ■ | ■ | | | | | |
| Redacción de la memoria | | | | | | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | | |

6.2.Presupuesto

- 1 – Autor:** Javier Fernández Fernández
- Tutora:** Laura Montero García
- 2 – Organismo:** Universidad Carlos III de Madrid
- 3 - Proyecto:** “Estudio experimental del comportamiento dinámico de un eje giratorio fisurado. Mapas de Poincaré”
- 4 – Duración:** 19 semanas
- 5 – Presupuesto:** 12.354,81 €
- 6 – Detalles del presupuesto:**

Tabla 6.3: PRESUPUESTO DESGLOSADO

| COSTES HUMANOS | | | | | |
|----------------------------|--------------------------|----------------------|-------------------|---------------|--------------|
| | CARGO | | DEDICACIÓN (h) | COSTE (€/h) | COSTE (€) |
| Laura Montero García | Ingeniera Senior | | 60 | 50 | 3000 |
| Javier Fernández Fernández | Ingeniero Junior | | 272 | 25 | 6800 |
| Subtotal | | | | | 9800 |
| COSTES MATERIALES | | | | | |
| | TIEMPO DE USO (meses) | VIDA UTIL (meses) | DEDICACIÓN (%) | PRECIO (€) | COSTE (€) |
| Licencia de Matlab (Anual) | 5 | 12 | 100 | 800 | 333,33 |
| Licencia MS Office 2016 | 5 | 12 | 60 | 149 | 37,25 |
| Ordenador | 5 | 60 | 60 | 800 | 40,00 |
| Subtotal | | | | | 410,58 |
| TOTAL (€) | | | | | 10210,58 |
| IVA (21%) | | | | | 2144,22 |
| COSTE FINAL (€) | | | | | 12354,81 |

Dónde los costes materiales han sido calculados según la ecuación 6.1:

- T:** Tiempo de uso
VU: Vida útil
D: Dedicación
P: Precio
C: Coste

$$C = \frac{T}{VU} * D * P \quad (6.1)$$

7. BIBLIOGRAFÍA

- [1] J. Bernal, Análisis experiemental de los desplazamientos de un eje fisurado giratorio, Universidad Carlos III de Madrid, 2017.
- [2] L. González Pozuelo, Estudio experimental de un eje fisurado. Cálculo de la velocidad crítica., Universidad Carlos III de Madrid, 2017.
- [3] Y. Ishida y T. Yamamoto, Linear and Nonlinear Rotordynamics: A Modern Treatment with Applications, WILEY-VCH, 2012.
- [4] L. Montero García, Estudio numérico y experimental de un eje giratorio fisurado. Determinación del Factor de Intensidad de Tensiones, Universidad Carlos III de Madrid, 2017.
- [5] S. H. Strogatz, Nonlinear Dynamics and Chaos: With applications to physics, biology, chemistry and engineering, Perseus Books Publishing, 1994.
- [6] J. C. Albahaca, Analytical and Numerical Study of the the Poincaré Map with Applications on the Computation of Periodic Orbits, Uppsala Universitet, 2015.
- [7] W. Qin, G. Chen y X. Ren, «Grazing Bifurcation in the Response of Cracked,» *Nonlinear Dynamics*, nº 35, p. 147–157, 2004.
- [8] J. Cao, Y. Chen y J. Lin, «Nonlinear Dynamic Analysis of a Cracked Rotor-Bearing System With Fractional Order Damping.,» *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*, vol. 8, nº 14, Octubre 2013.
- [9] Á. Melendo Urbano, Estudio de la interacción fisura-desequilibrio en la evolución de las órbitas de ejes rotativos, Universidad Carlos III de Madrid, 2011.
- [10] «Buscador de normativas AENOR,» [En línea]. Available: <http://www.aenor.es/aenor/normas/buscadornormas/buscadornormas.asp>. [Último acceso: 17 03 2018].
- [11] E. Estanheiro Mota, Análisis experimental de la evolución de las órbitas y el frente de fisura de un eje giratorio, Universidad Carlos III de Madrid, 2016.
- [12] M. Al-Shudeifat y E. Butcher, «New breathing functions for the transverse breathing crack of the cracked rotorsystem: Approach for critical and sub-critical harmonic analysis,» *Journal of Sound and Vibration*, vol. 30, pp. 526-544, 2011.
- [13] J. Yan, W. Yang y C. Gou, «Crack detection for a jeffcott rotor with a transverse crack: An experimental investigation,» *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 83, pp. 260-271, 2017.

- [14] S. E. Arem y M. B. Zid, «On a systematic approach for cracked rotating shaft study: Breathing mechanism, dynamics and instability,» *Nonlinear Dynamics*, 2017.